Kolloquium zur algebraischen Geometrie
21./22. November 2011

Montag, 21. November 2011 (Raum 309, Robert-Mayer-Str. 6-8)

9.15 - 10.00 Uhr: Vortrag von **Dr. Matthias Schütt**
Titel: Arithmetik von Quintiken
Zusammenfassung: Das Zusammenspiel von Arithmetik und Geometrie rückt immer mehr in den Fokus der Theorie algebraischer Flächen, motiviert durch den aufschlussreichen Kurvenfall. In meinem Vortrag werde ich dies zunächst kurz anhand klassischer und wohlverstandener Beispiele illustrieren, um mich dann stellvertretend für Flächen allgemeinen Typs den Quintiken in $\mathbb{P}^3$ zuzuwenden. Hier gewinnen wir neue Erkenntnisse zu grundsätzlichen Problemen; konkret werde ich mich der Frage zuwenden, welche Picard-Zahlen überhaupt auftreten.

11.00 - 11.45 Uhr: Vortrag von **PD Dr. Christian Böhning**
Titel: Rationalitätseigenschaften linearer Gruppenquotienten
Zusammenfassung: Sei G eine lineare algebraische Gruppe, und sei V eine endlich-dimensionale lineare G-Darstellung (beide über $\mathbb{C}$ definiert). Bis auf Emmy Noether zurück geht die Aufgabe, die Rationalitätseigenschaften des (unirationalen) Quotienten V/G zu studieren; genauer kann man fragen, ob dieser rational, stabil rational, direkter Faktor einer rationalen Varietät, retrakt rational o.ä. ist. Die Quotienten V/G sind unter anderem deshalb von besonderer Bedeutung, da viele Modulräume in der algebraischen Geometrie von diesem Typ sind, als auch deswegen, weil sie als universelle Räume für stabile Kohomologie von Varietäten fungieren, ähnlich Eilenberg-McLane Räumen in der Topologie. Stabile Kohomologie ist dabei eine Begriffsbildung, die in natürlicher Weise entsteht, wenn man versucht, den birational invarianten Teil der Kohomologie einer Varietät auszufiltern, und welche insbesondere zu in manchen Fällen effektiv berechenbaren kohomologischen Obstruktionen gegen die stabile Rationalität von Quotienten V/G führt. Es sollen überblicksartig die Fortschritte dargestellt werden, die der Vortragende zusammen mit verschiedenen Koautoren zu dem oben besprochenen Themenkreis in letzter Zeit erzielt hat. Insbesondere werden wir die Rationalität der Modulräume ebener Kurven von genügend hohem Grad, stabile Rationalitätseigenschaften linearer Quotienten für die klassischen Gruppen $\mathrm{SL}_n(\mathbb{C})$, $\mathrm{Sp}_{2n}(\mathbb{C})$, $\mathrm{SO}_n(\mathbb{C})$ sowie einige allgemeine Prinzipien zur Berechnung stabiler Kohomologie endlicher Gruppen, insbesondere der alternierenden Gruppen, diskutieren.

14.00 - 14.45 Uhr: Vortrag von **PD Dr. Jakob Stix**

Titel: Anabelsche Geometrie

Zusammenfassung: Anabelsche Geometrie studiert die Arithmetik étaler Überlagerungen, um aus der étalen Fundamentalgruppe einer algebraischen Varietät möglichst viel über die Geometrie und Arithmetik der Varietät ablesen zu können. Im Vortrag wird beschrieben, woher die Motivation fr anabelsche Geometrie stammt, welche Erfolge zu verzeichnen sind, und welche aktuellen Entwicklungen es gibt.

16.00 - 16.45 Uhr: Vortrag von **Dr. Christian Liedtke**

Titel: Rationale Kurven auf $K3$-Flächen

Zusammenfassung: Eine rationale Kurve ist eine (nicht-triviale) Abbildung der projektiven Geraden in eine algebraische Varietät. Es wird vermutet, da das qualitative und quantitative Verhalten von rationalen Kurven auf einer Varietät viele andere ihrer geometrischen Eigenschaften bestimmt. So besagt etwa eine Vermutung von Bogomolov, daß K3 Flächen unendlich viele rationale Kurven besitzen. Im generischen Fall ist dies von Chen bewiesen worden, sowie in wichtigen Spezialfällen von Bogomolov und Tschinkel. Aufbauend auf Ideen von Bogomolov, Hassett und Tschinkel werde ich zeigen, daß projektive $K3$-Flächen mit ungeradem Picard-Rang stets unendlich viele rationale Kurven enthalten. Dies ist eine Gemeinschaftsarbeit mit Jun Li.

Dienstag, 22. November 2011 (Raum 308, Robert-Mayer-Str 6-8)

8.15 - 9.00 Uhr: Vortrag von **PD Dr. Eva Viehmann**

Titel: Geometrie von Newtonstrata

Zusammenfassung: Die Newton-Stratifizierung spielt eine zentrale Rolle bei der Untersuchung der Reduktion modulo p von Modulräumen abelscher Varietäten, und damit auch für das lokale Langlands-Programm. Die Abschlussrelationen zwischen den Strata werden durch eine Verallgemeinerung des Grothendieckschen Spezialisierungssatzes und seiner Umkehrung, der Grothendieck-Vermutung, beschrieben. Letztere wurde für Modulräume abelscher Varietäten ohne Zusatzstruktur von Oort bewiesen, ist im allgemeinen aber noch offen. In meinem Vortrag werde ich über ein analoges Resultat für Schleifengruppen allgemeiner reduktiver Gruppen berichten.

10.00 - 10.45 Uhr: Vortrag von **Dr. Orsola Tommasi**

Titel: Der Modulraum 4-dimensionaler abelscher Varietäten:
Kompaktifizierungen und Kohomologie

Zusammenfassung: Abelsche Varietäten sind projektive Varietäten, die eine Gruppenstruktur besitzen. Isomorphieklassen von prinzipal polarisierten abelschen Varietäten der Dimension g entsprechen den Punkten des Modulraums A_g. Über den komplexen Zahlen lässt sich der Modulraum A_g explizit darstellen als Quotient des Siegelschen Halbraums unter der Operation der symplektischen Gruppe. Die Theorie der Modulformen liefert eine natürliche Kompaktifizierung von A_g, die Satake-Kompaktifizierung, die aber sehr singulär ist. Kompaktifizierungen mit einem besseren Verhalten kann man mit Hilfe von Mumfords Theorie der toroidalen Kompaktifizierung von Quotienten beschränkter symmetrischer Bereiche konstruieren.

In diesem Vortrag betrachten wir den Modulraum 4-dimensionaler abelscher Varietäten. Wir werden die Geometrie der sogenannten zweiten Voronoi-Kompaktifizierung A_4^{Vor} untersuchen. Diese toroidale Kompaktifizierung spielt in der algebraischen Geometrie eine wichtige Rolle, da sie selbst ein Modulraum bestimmter Entartungen abelscher Varietäten ist. Ferner ist sie für $g = 4$ glatt und also besonders für kohomologische Untersuchungen geeignet. Wir möchten erklären, wie die Geometrie von A_4^{Vor} ihre Kohomologie mit der Kohomologie von Modulräumen algebraischer Kurven in Verbindung bringt, und wie dieser Zusammenhang die rationale Kohomologie von A_4^{Vor} in allen Graden außer des mittleren Grades 10 bestimmt.

13.00 - 13.45 Uhr: Vortrag von **PD Dr. Norbert Hoffmann**

Titel: Modulräume von Bündeln

Zusammenfassung: Mit Bündeln sind hier algebraische Vektorbündel und allgemeiner Prinzipalbündel gemeint, insbesondere über einer Kurve. Bei deren Klassifikation zeigt sich, dass die Menge der Isomorphieklassen selbst wieder zu einer algebraischen Varietät wird, dem Modulraum der Bündel. Die klassische Frage nach dessen birationalem Typ ist im Allgemeinen nach wie vor offen; ich möchte erläutern, wie die entsprechenden Modulstacks zu einer Antwort beitragen können.

15.00 - 15.45 Uhr: Vortrag von **Prof. Dr. Nicolas Perrin**

Titel: Quanten-Schubert-Kalkül

Zusammenfassung: In diesem Vortrag werde ich den Schubert-, den Quanten-Schubert und den K-theoretischen Quanten-Schubert-Kalkül einführen. Für die Berechnung der Gromov-Witten-Invarianten werden dabei Modulräume stabiler Kurven durch homogene Räume ersetzt. Da gewisse dabei auftretende Modulräume rational zusammenhängend sind, kann derselbe Ansatz auf das Niveau der K-Theorie geliftet werden.