Prof. Dr. R. Bieri WS 2009/10

Frankfurt/M., 23.10.2009

**Lineare Algebra**

Serie 2[1]

Abgabetermin: Montag, 02.11.2009, $8^{15}$ Uhr.

1. Man bestimme (in Abhängigkeit vom Parameter $a \in \mathbb{R}$) die Lösungsmenge $L \subseteq \mathbb{R}^3$ des linearen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} ax_1 + 4x_2 + ax_3 &= 1 \\ -2x_2 + 4x_3 &= 3 \\ 2x_1 + ax_2 + 6x_3 &= 4 \end{aligned}$$

2. (a) Suche die Lösungsmenge $L \subseteq \mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ der Matrizengleichung $AX = B$, wenn

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 4 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} .$$

   (b) Suche Matrizen $A, B \in \mathbb{M}_3(\mathbb{R})$ , $A \neq 0$, sodass die Matrixgleichung $AX = B$ $\quad ba$) keine und $bb$) unendlich viele Lösungen hat.

3. Suche eine obere Schranke für die Zahl der Multiplikationen/Divisionen, die benötigt werden

   (a) zu entscheiden, ob eine gegebene Matrix $A \in \mathbb{M}_n(\mathbb{R})$ invertierbar ist

   (b) um die inverse Matrix $A^{-1}$ zu bestimmen — wenn sie existiert.

4. Beweise mit vollständiger Induktion nach $n \in \mathbb{N}$

$$(1 + 2 + \cdots + n)^2 = 1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 .$$

[1] *auch als pdf-Datei im Internet unter:* http://www.math.uni-frankfurt.de/~bieri/