

Elementarmathematik I

Serie 3

1. Man zeige, wie aus den Peano-Axiomen folgt:
 Additive Kürzungsregel: Für alle $n, m, x \in \mathbb{N}$ gilt: $n+x = m+x \Rightarrow n=m$

2. Es sei M die Menge aller Geraden der Ebene \mathbb{E}^2 .
 Untersuche, ob die folgenden Relationen auf M Äquivalenz-
 relationen sind.

- $g \sim h \Leftrightarrow g \cap h = \emptyset$
- $g \sim h \Leftrightarrow g \cap h \neq \emptyset$
- $g \sim h \Leftrightarrow g \perp h$ (g senkrecht zu h)
- $g \sim h \Leftrightarrow g$ parallel oder senkrecht zu h

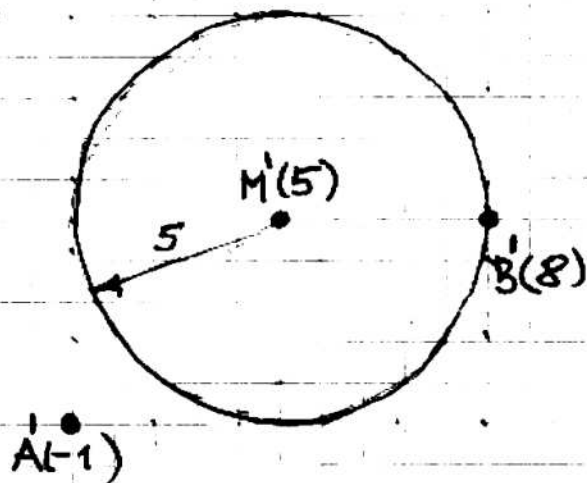
3. Unter Verwendung von $\binom{n}{k} := \frac{n!}{k!(n-k)!}$ zeige man erst

$$a) \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}, \quad 0 \leq k \leq n$$

und anschliessend damit mit Induktion nach n ,

$$b) (a+b)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

4.



Gegeben ist der kotierte Grundriss einer Kugel mit Radius 5 und Mittelpunkt M , sowie zwei Punkte A, B . Konstruiere den Grundriss der Geraden g_{AB} mit deren Durchstoßpunkten durch die Kugel. (Sichtbarkeit!)