Bieri WS 08/09

Elementarmathematik I

Serie 4

1. a) Unter Verwendung der Konstruktion von $\mathbb{Z}$ als Äquivalenzklassen von Zahlenpaaren, $\mathbb{Z} = \mathbb{N}\times\mathbb{N}/\sim$ beweise man, dass $x(y+z) = xy + xz$ für alle $x,y,z \in \mathbb{Z}$.

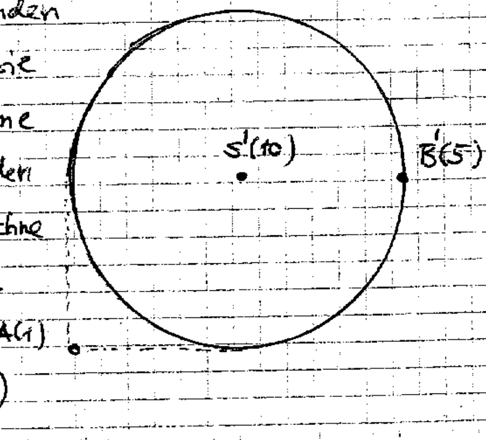
b) Zeige, dass allein aus den Ringaxiomen (d.h. <u>ohne</u> Verwendung der Konstruktion $\mathbb{Z} = \mathbb{N}\times\mathbb{N}/\sim$) auch folgt $x(y-z) = xy - xz$, alle $x,y,z \in \mathbb{Z}$.

2. Man skizziere in der (x,y)-Ebene die folgenden drei durch Ungleichungen definierten Bereiche

$$D_a = \{(x,y) \mid (x-y)(x^2+y^2-1) > 0\}$$
$$D_b = \{(x,y) \mid (x-y)^2(x^2+y^2-1) > 0\}$$
$$D_c = \{(x,y) \mid (x^2-y^2)(x^2+y^2-1) > 0\}$$

3. Zeige mit Induktion nach n: a) für alle $n \in \mathbb{N}$ ist $2^n > n$ und b) für alle $n > 4$ ist $2^n > n^2$

4. Rechts ist eine Grundrissskizze eines auf der Rissebene stehenden Kreiskegels mit Spitze S, sowie zwei Punkte A und B. Bestimme die Durchstosspunkte der Geraden g_{AB} durch den Kegel und zeichne die Gerade mit ihrer Sichtbarkeit.
(Hint. Die von ABS aufgespannte Ebene mit dem Kegel schneiden)



Abgabe Mo 10.11. 8^{15}