BIERI

WS 08/09

Elementarmathematik I

Abgabe

Mo 15. Dez. $8^{\underline{15}}$

Serie 9

1. a) $(1011{,}1011)_2 = (?)_{10}$

   $(13{,}6875)_{10} = (?)_2$

   c) $(0{,}111111\ldots)_n = \frac{1}{7}$, $n = ?$

2. Wie findet man die Zahlen $m, n, a \in \mathbb{N}$ mit der Eigenschaft, dass $\sqrt[m]{a} \in \mathbb{Q}$, $\sqrt[n]{a} \in \mathbb{Q}$, aber $\sqrt[mn]{a} \notin \mathbb{Q}$?

3. Es sei $\Delta \subseteq \mathbb{R}^2$ ein Dreieck mit den Ecken $A(0,0)$ $B(m,0)$, $C(0,n)$, $m,n \in \mathbb{N}$. $\partial\Delta$ bezeichne den Rand und $\mathring{\Delta}$ die inneren Punkte von Δ

   a) Bestimme $i_\Delta := |\mathring{\Delta} \cap \mathbb{Z}^2|$ und $r_\Delta := |\partial\Delta \cap \mathbb{Z}^2|$

   b) Zeige, dass $F(\Delta) = i_\Delta + \frac{1}{2} r_\Delta - 1$ die Fläche des Dreiecks berechnet.

   c) Die Formel $F(\Delta) = i_\Delta + \frac{1}{2} r_\Delta - 1$ gibt auch dann noch die Fläche von Δ, wenn Δ eine beliebige konvexe Polygonscheibe (mit Ecken in $\mathbb{Z}^2$) ist (Satz von Pick). Verifiziere das für ein paar weitere Flächen (z.B. Rechtecke, Parallelogramme).

4. Horizontal angeschnittener Donut. Einem auf der Grundrissebene liegenden Torus (Donut – siehe Zeichnung) wird durch einen horizontalen Schnitt ein **1** cm dickes (ringförmiges) Stück oben abgeschnitten. Zeichne Grundriss + Aufriss des horizontal angeschnittenen Torus.