

Elementarmathematik IEine Sammlung von Klausuraufgaben

1. Es sei $\phi: \mathbb{E}^3 \rightarrow \mathbb{E}_G^2 \times \mathbb{E}_A^2$ die Abbildung, die jedem Raumpunkt $P \in \mathbb{E}^3$ das Paar (P', P'') - Grundriss/Aufsicht - zuordnet, d.h. $\phi(P) = (P', P'')$

Ist ϕ injektiv und/oder surjektiv?

2. a) $(0, \overline{101})_2 = ?$ (als ganzer Bruch)

b) $(0, \overline{19})_{10} = \left(\frac{?}{?}\right)_2$

3. a) In \mathbb{Z}_{28} finde man die multiplikativ Inversen $[7]^{-1}$ und $[13]^{-1}$ - soweit sie existieren.

b) Angenommen $[m] \in \mathbb{Z}_n$ ist in \mathbb{Z}_n multiplikativ invertierbar. Ist dann $[n] \in \mathbb{Z}_m$ in \mathbb{Z}_m auch multiplikativ invertierbar?

4. a) Zeige: Zahlen $n \in \mathbb{N}$, die genau 10 Teiler haben, sind keine Quadratzahlen

b) Finde alle 2-stelligen Zahlen, die genau 10 Teiler haben

5. Man finde $d(x) = \text{ggT}(x^3 - x - 2, x^2 - 2x - 1) \in \mathbb{Q}[x]$ und Polynome $f(x), g(x)$ mit $(x^3 - x - 2)f(x) + (x^2 - 2x - 1)g(x) = d(x)$.

6. Beweise mit vollständiger Induktion nach n

a) $(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n}) = \frac{1}{n}$

b) $7^{2n} - 2^n$ ist durch 47 teilbar.

7. Die Abbildung $f: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ sei gegeben durch
 $f(z) = z^2 + z$

a) Bestimme $f(z)$ für $z = 1, i, -1, -i$

b) Skizziere das Bild des Einheitskreises unter der Abbildung f .

8. Bestimme die Lösungsmengen $L \subseteq \mathbb{Z}^2$ der Gleichungen

a) $12x - 15y = 9$

b) $13x + 16y = 10$