BIERI

SS09

LA + Geometrie für L2/L5

Serie 6

1. Es sei $V \subseteq \mathbb{R}[X]$ der Vektorraum der Polynome vom Grad $\leq m$ über $\mathbb{R}$, und $\delta: V \to V$ die durch Ableitung gegebene Abbildung. $\delta(f(X)) = f'(X)$.
Zeige: δ is eine lineare Abbildung und beschreibe diese bez. einer passenden Basis durch eine Matrix.

2. $\Delta_{ABC} \subseteq \mathbb{E}^2$ sei ein Dreieck, $u = \overrightarrow{OA}$, $v = \overrightarrow{OB}$, $w = \overrightarrow{OC}$. Zeige:
a) Liegt O im Innern von Δ, dann hat jeder Vektor $\overrightarrow{OX}$ eine Darstellung der Form $\overrightarrow{OX} = ru + sv + tw$ mit $r, s, t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$
b) Liegt O ausserhalb von Δ, dann folgt aus $ru + sv + tw = \vec{0}$ mit $r, s, t \in \mathbb{R}_{\geq 0}$, dass $r = s = t = 0$ ist.

3. $\alpha_P: \mathbb{E}^3 \to \mathbb{E}^3$ bezeichne die Punktspiegelung an $P \in \mathbb{E}^3$.
a) Beschreibe die Isometrien $\alpha_B \alpha_A$ und $\alpha_A \alpha_B$.
b) Es sei $\rho_a: \mathbb{E}^3 \to \mathbb{E}^3$ eine Rotation mit Achse $a \subseteq \mathbb{E}^3$
Finde eine Gerade $b \subseteq \mathbb{E}^3$ mit $\rho_a \alpha_P(b) = b$
c) unter welchen Umständen ist $\rho_a \alpha_P = \alpha_P \rho_a$?

4. Durch Angeben einer Grundriss-Aufriss Konstruktion zeige man, dass es zu jeder Geraden $g \subset \mathbb{R}^3$ eine Rotation ρ mit $\rho(\underline{0}) = \underline{0}$ gibt, sodass $\rho(g)$ im Seitenriss ein Punkt wird.
(Anleitung: erst um z-Achse, dann um x-Achse rotieren)

Abgabe: Do 4. Juni 2009, 10:15