Algebra

Blatt 4 — 11.11.2014

Aufgabe 13.

Bestimmen Sie die normale Hülle $L/\mathbb{Q}$ von $\mathbb{Q}(\sqrt{2+\sqrt{2}})/\mathbb{Q}$. Bestimmen sie $\mathrm{Aut}_{\mathbb{Q}}(L)$.

Aufgabe 14.

Sei $\overline{K}$ ein algebraischer Abschluß von K. Zeigen Sie, daß die Automorphismengruppe $\mathrm{Aut}_K(\overline{K})$ für jedes irreduzible $f \in K[T]$ transitiv auf der Menge der Nullstellen $\mathrm{NS}_f(\overline{K})$ operiert.

Aufgabe 15.

Was ist an folgendem Existenzbeweis des algebraischen Abschlusses auszusetzen?

Sei $\mathscr{E} = \{L \ ; \ L \text{ ist algebraische Erweiterung von } K\}$ die bezüglich Inklusion partiell geordnete Menge der algebraischen Oberkörper des Körpers K. Offensichtlich gibt es zu einer total geordneten Teilmenge $(L_i)_{i\in I}$ durch die Vereinigung $L = \bigcup_i L_i$ eine obere Schranke. Das Lemma von Zorn zeigt die Existenz maximaler Elemente in $\mathscr{E}$. Ein solches maximales Element muß ein algebraischer Abschluß von K sein.

Aufgabe 16.

(1) Welche Charakteristik hat $\mathbb{Z}$? Welche Charakteristik hat der Nulllring?

(2) Sei $\ell \neq p$. Zeigen Sie, daß es keinen Körperhomomorphismus von einem Körper der Charakteristik p in einen der Charakteristik ℓ gibt.

(3) Sei $R \to S$ ein Ringhomomorphismus. Was kann man über die Charakteristik von R in Bezug auf die Charakteristik von S sagen?

Abgabe: Am kommenden Dienstag, den 18.11.2014, bis zur Vorlesung in den Kasten im 3. Stock, Institut für Mathemtik, Robert–Mayer Strasse 6-8. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

`http://www.uni-frankfurt.de/52065465/Algebra-WS2014_15`