



Übung 9

Abgabe bis Freitag, 19.12.

Aufgabe 38: [Lineare Rekurrenzen]

Betrachten sie die Rekursionsformel

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

mit $a_0 = 2$ und $a_1 = 1$.

- (a) Zeigen sie, dass für die erzeugende Funktion $L(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$ dieser linearen Rekurrenz gilt

$$L(x) = \frac{2-x}{1-x-x^2}.$$

- (b) Zeigen sie mit Hilfe der erzeugenden Funktion, dass gilt

$$a_n = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n + \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n.$$

Punkte:

Aufgabe 39: [Rekursive Prozeduren in Sage]

Die Abbildung $\sigma : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ sei definiert durch

$$\sigma(n) = \sum_{l \in \mathbb{N}: l \text{ teilt } n} l.$$

Zum Beispiel ist $\sigma(6) = 1 + 2 + 3 + 6 = 12$. Als *Catalanfolge* wird die Iteration

$$x_{k+1} := \sigma(x_k) - x_k,$$

ausgehend von einem Startwert $x_0 \in \mathbb{N}$, bezeichnet. Die Iteration soll gestoppt werden, wenn $x_k = 0$ erreicht wird. Die Zahl k wird als *Catalanlänge* bezeichnet.

- (a) Untersuchen sie für die Startwerte $x_0 = 7, 9, 22$, ob die Catalanfolge zur 0 zurückkehrt.
(b) Realisieren sie die obige Iteration als rekursive Prozedur in Sage. Untersuchen sie damit, ob die Catalanfolge für

$$x_0 := 100 \cdot (\text{Ihr Geburtsmonat}) + \text{Ihr Geburtstag}$$

zur 0 zurückkehrt und geben sie die Catalanlänge an.

Hinweis: Beispielsweise ist es für $M = 276$ offen, ob die Folge terminiert.

Punkte:

Aufgabe 40: [LaTeX]

Erstellen sie mit LaTeX ein PDF-Dokument, welches folgende Dinge beinhaltet:

- (a) eine Titelseite mit „LaTeX-Aufgabe“ als Titel, ihrem Namen und dem Namen ihres Tutors,
- (b) ein Inhaltsverzeichnis,
- (c) eine Gliederung in 2 Kapitel mit jeweils 2 Unterkapiteln in denen Folgendes steht (fett gedruckt sind die jeweiligen Kapitelüberschriften):
 - 1.1 eine **Beispielliste** mit den Formeln aus Aufgabe 32 (Blatt 8),
 - 1.2 eine **Beispieltabelle** mit den 4 Spalten „Übungsblatt-Nr.“, „Gesamtpunkte“, „erreichte Punkte“ und „Prozentzahl“, in die sie ihre Punkte aus den Blättern 1-5 eintragen sowie leere Zeilen für die restlichen vier Blätter. Die Spalten und ihre Überschriften sollen jeweils umrahmt sein,
 - 2.1 die begründete Lösung von Aufgabe 27 (Blatt 7) als **eingeladene .tex-Datei**,
 - 2.2 die begründete Lösung von Aufgabe 27 als **eingebundenes PDF**.
- (d) ein Literaturverzeichnis für Aufgabe 27 und 32 mit Angabe des zugehörigen Blattes, nachdem beide im Text zitiert wurden.

Punkte:

3/1/10/2
