

Elementarmathematik 1

Übungsblatt 1

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

Seien M, N, O Mengen und $f : M \rightarrow N, g : N \rightarrow O$ Abbildungen. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- Wenn f und g beide injektiv sind, dann ist auch $g \circ f$ injektiv.
- Wenn f und g beide surjektiv sind, dann ist auch $g \circ f$ surjektiv.
- Wenn die Komposition $g \circ f$ injektiv ist, dann ist auch f injektiv.
- Wenn die Komposition $g \circ f$ surjektiv ist, dann ist auch g surjektiv.

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

- Die *untere Gaußklammer* $\lfloor x \rfloor$ einer reellen Zahl x bezeichnet die größte ganze Zahl y mit $y \leq x$. Wir betrachten die Abbildung

$$u : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, \quad n \mapsto \lfloor \frac{n}{2} \rfloor.$$

Bestimmen Sie zu jedem $n \in \mathbb{Z}$ die Urbilder von n unter u , d.h. die Menge $u^{-1}(n) = \{m \in \mathbb{Z} : u(m) = n\}$.

(Achtung: u^{-1} bezeichnet **nicht** die Umkehrabbildung - diese existiert nicht.)

- Finden Sie eine bijektive Abbildung $\varphi : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$. (Tipp: Sie können diese mit Hilfe der Abbildung aus a) in eine geschlossene Form bringen.)

Abgabe der Wochenaufgaben bis Montag, den 26.10.2015 um 10:15 Uhr in den Einwurfkasten Ihrer Tutorin/Ihres Tutors im 3. Stock, Robert-Mayer-Straße 6.

Plenumsaufgabe 1

Bestimmen sie für die Mengen M und N jeweils die Vereinigung $M \cup N$ und den Schnitt $M \cap N$ (in b) mit Skizze).

- a) $M = \{\diamond, \heartsuit, \spadesuit\}$ und $N = \{\heartsuit, \spadesuit, \clubsuit\}$
- b) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y\}$ und $N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq -y\}$

Plenumsaufgabe 2

Welche der folgenden drei Vorschriften definieren Abbildungen?

- a) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}, f(x) = x$
- b) $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = x$
- c) $h : \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Z}, h\left(\frac{a}{b}\right) = a$

Plenumsaufgabe 3

Welche der folgenden Abbildungen sind injektiv, surjektiv, bijektiv? Geben Sie im Falle einer Bijektion die Umkehrabbildung an.

- a) $f : \{\diamond, \heartsuit, \spadesuit\} \rightarrow \{\heartsuit, \spadesuit\}$ mit $f(\diamond) = \heartsuit, f(\heartsuit) = \heartsuit$ und $f(\spadesuit) = \spadesuit$.
- b) $q_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2$
- c) $q_2 : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto x^2$
- d) $m : \{x : x \text{ ist ein Einzelkind}\} \rightarrow \{x : x \text{ ist eine Frau}\}, x \mapsto \text{Mutter von } x$
- e) $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (2x + 4, -y)$

Hinweis: Mit $\mathbb{R}_+ = \{x \in \mathbb{R} : x > 0\}$ bezeichnen wir die Menge der positiven reellen Zahlen.

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.

Das griechische Alphabet

Buchstabe	klein	groß
Alpha	α	A
Beta	β	B
Gamma	γ	Γ
Delta	δ	Δ
Epsilon	ε, ϵ	E
Zeta	ζ	Z
Eta	η	H
Theta	θ, ϑ	Θ
Iota	ι	I
Kappa	κ	K
Lambda	λ	Λ
My	μ	M
Ny	ν	N
Xi	ξ	Ξ
Omikron	o	O
Pi	π, ϖ	Π
Rho	ρ, ϱ	P
Sigma	σ	Σ
Tau	τ	T
Ypsilon	υ	Υ
Phi	ϕ, φ	Φ
Chi	χ	X
Psi	ψ	Ψ
Omega	ω	Ω

An dieser Stelle sei nun noch jedem empfohlen, im Internet auf der Seite

<http://www.mathematik.uni-mainz.de/Members/lehn/le/uebungsblatt>

(‘Wie bearbeitet man ein Übungsblatt?’ von Prof. Dr. Manfred Lehn) vorbeizuschauen. Hier wird gut dargestellt, was der Sinn und Zweck von Übungsaufgaben ist und wie man diese am Besten bearbeitet und aufschreibt.