GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

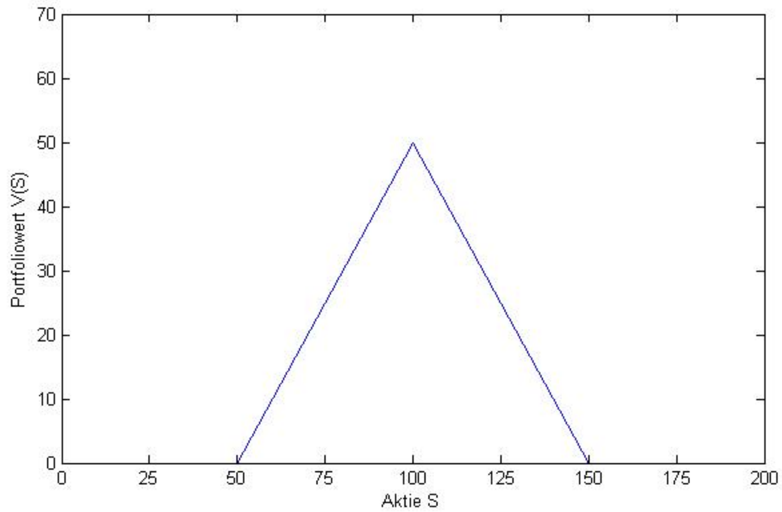
Computational Finance
WS 15/16
Prof. Dr. Thomas Gerstner

Übung 2

Abgabe bis Freitag, 3.11.

Aufgabe 1: [Portfolio]

Erstellen Sie ein Portfolio, welches die dargestellte Auszahlungsfunktion repliziert. Dafür dürfen Forwards und europäische Optionen auf die Aktie S sowie das Leihen/Anlegen von Geld verwendet werden.



Punkte: $\boxed{4}$

Aufgabe 2: [Europäische Optionen]

Angenommen V_1, V_2 und V_3 sind Preise von europäischen Kaufoptionen mit den jeweiligen Basispreisen K_1, K_2 und K_3, wobei $K_3 > K_2 > K_1$ und $K_3 - K_2 = K_2 - K_1$ gelte. Alle Optionen haben die gleiche Laufzeit. Zeigen sie, dass dann gilt:

$$V_2 \leq \frac{1}{2}(V_1 + V_3).$$

Punkte: $\boxed{6}$

Aufgabe 3: [Erwartungswerte und Varianzen von stochastischen Prozessen]

Zeigen sie für den Poisson-Prozess $N_\lambda(t)$: $E(N_\lambda(t)) = \lambda t$ und $Var(N_\lambda(t)) = \lambda t$.

Punkte: $\boxed{3}$

Aufgabe 4: [Wiener Prozess]

Sei $\{W_t\}_{t \geq 0}$ ein Wiener-Prozess und $0 \leq t_1 \leq t_2$.

(a) Bestimmen sie $E[W_{t_1} \cdot W_{t_2}]$.

(b) Wie ist $Z := W_{t_1} + W_{t_2}$ verteilt?

Punkte: $\boxed{6}$

Aufgabe 5: [Konvergenz von stochastischen Prozessen]

Finden sie eine Skalierung $a(t, n, p)$, mit der der skalierte und mittelwertkorrigierte Bernoulli-Prozess $a(t, n, p)(B(n) - np)$ für $n \to \infty$ gegen den Wiener-Prozess $W(t)$ konvergiert.

Punkte: $\boxed{4}$

Aufgabe 6: [Stochastische Differentialgleichung]

Betrachten sie die stochastische Differentialgleichung

$$dS(t) = \mu t S(t) dt + \sigma S(t) dW_t.$$

Welche Verteilung (mit Erwartungswert und Varianz) besitzt $S(T)$? (Achtung: Dies ist nicht der Black-Scholes Fall)

Punkte: $\boxed{4}$

Gesamtpunktzahl: 27 Punkte