

Elementarmathematik 1

Übungsblatt 3

Für jede natürliche Zahl $g \geq 2$ schreiben wir die g -adische Entwicklung $x = \sum_{i=0}^n b_i g^i$ mit $b_i \in \{0, \dots, g-1\}$, $b_n \neq 0$ einer natürlichen Zahl x als

$$x = [b_n \dots b_0]_g,$$

also z.B. $16 = [121]_3$.

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

- a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion die Formel für die *endliche geometrische Reihe*: Für alle $q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $n \in \mathbb{N}_0$ gilt

$$\sum_{k=0}^n q^k = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}.$$

Dabei bezeichne $\mathbb{N}_0 := \mathbb{N} \cup \{0\}$ die Menge der nicht-negativen ganzen Zahlen.

- b) Berechnen Sie die g -adische Entwicklung der Zahl $g^{n+1} - 1$.

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

Bestimmen Sie eine natürliche Zahl x , für die folgende Bedingungen gelten:

- i) x hat in der Binärdarstellung genau neun Stellen.
- ii) x hat in der 3-adischen Darstellung an der ersten Stelle (von links gezählt) eine 2.
- iii) x hat in der 4-adischen Darstellung an der dritten Stelle (von links gezählt) eine 2.
- iv) x hat in der 9-adischen Darstellung an der letzten Stelle (von links gezählt) eine 3.

Geben Sie x im Dezimalsystem an. Ist diese Zahl eindeutig?

Abgabe der Wochenaufgaben bis Montag, den 09.11.2015 um 10:15 Uhr in den Einwurfkasten Ihrer Tutorin/Ihres Tutors im 3. Stock, Robert-Mayer-Straße 6.

Plenumsaufgabe 1

Werten Sie mit Hilfe der allgemeinen binomischen Formel die Terme $(x+y)^3$, $(x-y)^3$, $(x+y)^6$ und $(x-y)^6$ aus. (*Tipp: Pascal'sches Dreieck*)

Plenumsaufgabe 2

- Berechnen Sie die binäre, 3-adische und 8-adische Darstellung der natürlichen Zahlen (angegeben im Dezimalsystem) 10 und 121.
- Berechnen Sie die Darstellung von $[1001001]_2$ und $[211]_4$ im Dezimalsystem.
- Wie kann man Zahlen in der g -adischen Entwicklung darstellen, wenn g größer als 10 ist?

Plenumsaufgabe 3

Berechnen Sie ohne Wechsel des Darstellungssystems. (*Tipp: Finden Sie Regeln für schriftliches Addieren etc., die den bekannten Regeln im Dezimalsystem entsprechen.*)

- $[1010]_2 + [111]_2$, $[3626]_7 + [5416]_7$ und $[1122]_4 + [321]_4 + [1231]_4$
- $[4011]_6 - [1552]_6$, $[1111]_2 \cdot [1111]_2$ und $[131]_6 : [5]_6$.

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.