Prof. Dr. A. Werner
Kolja Hept

WS 2015/2016
Frankfurt/M., 06.11.2015

Elementarmathematik 1

Übungsblatt 4

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

Sei $M = \{1, 2, 3, 4\}$. Welche Elemente muss man mindestens zur Menge

$$\{(1,1), (1,2), (2,2), (2,4), (4,2), (4,4)\}$$

hinzufügen, damit sie zu einer Äquivalenzrelation auf M wird? Begründen Sie ihre Antwort.

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

Wie üblich bezeichnen wir mit

$$i : \mathbb{N} \to \mathbb{Z}, \quad n \mapsto [(n+1, 1)]$$

Die Inklusionsabbildung von $\mathbb{N}$ nach $\mathbb{Z}$.

a) Zeigen Sie: Für alle $x \in \mathbb{Z}$ gilt

$$x + x = i(2) \cdot x.$$

b) Zeigen Sie, dass

$$R := \{(x, y) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} : \quad \text{es gibt ein } a \in \mathbb{Z} \text{ mit } x + y = i(2) \cdot a\}$$

eine Äquivalenzrelation auf $\mathbb{Z}$ ist.

Abgabe der Wochenaufgaben bis Montag, den 16.11.2015 um 10:15 Uhr in den Einwurfkasten Ihrer Tutorin/Ihres Tutors im 3. Stock, Robert-Mayer-Straße 6.

Prof. Dr. A. Werner
Kolja Hept

WS 2015/2016
Frankfurt/M., 06.11.2015

Plenumsaufgabe 1

Sei $\mathcal{G}$ die Menge aller Geraden in der Ebene. Entscheiden Sie für jede der folgenden Teilmengen von $\mathcal{G} \times \mathcal{G}$, welche der drei Eigenschaften Reflexivität, Symmetrie und Transitivität erfüllt sind und welche nicht. Bei welcher Teilmenge handelt es sich um eine Äquivalenzrelation?

a) $R = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : \; g$ und h schneiden sich in mind. einem Punkt$\}$

b) $S = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : \; g$ und h schneiden sich in genau einem Punkt$\}$

c) $T = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : \; g$ und h sind parallel$\}$

d) $U = \{(g, h) \in \mathcal{G} \times \mathcal{G} : \; g$ und h sind echt parallel$\}$

Plenumsaufgabe 2

Beweisen Sie die folgenden Rechenregeln in $\mathbb{Z}$:

a) Für alle $x \in \mathbb{Z}$ gilt
$$0 \cdot x = 0.$$

b) Für alle $x \in \mathbb{Z}$ gilt
$$(-1) \cdot x = -x.$$

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.