Prof. Dr. A. Werner
Kolja Hept

WS 2015/2016
Frankfurt/M., 20.11.2015

Elementarmathematik 1

Übungsblatt 6

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

a) Beweisen Sie, dass die Addition auf der Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ assoziativ und kommutativ ist.

b) Beweisen Sie dass für alle $x, y \in \mathbb{Q}$ gilt:
Aus $x > 0$, $y > 0$ und $x < y$ folgt $y^{-1} < x^{-1}$.

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

Seien x, y zwei verschiedene rationale Zahlen mit $x < y$. Zeigen Sie, dass es unendlich viele rationale Zahlen z gibt, für die $x < z < y$ gilt.

Abgabe der Wochenaufgaben bis Montag, den 30.11.2015 um 10:15 Uhr in den Einwurfkasten Ihrer Tutorin/Ihres Tutors im 3. Stock, Robert-Mayer-Straße 6.

Prof. Dr. A. Werner
Kolja Hept

WS 2015/2016
Frankfurt/M., 20.11.2015

Plenumsaufgabe 1

Was wäre schiefgegangen, hätte man die Addition auf $\mathbb{Q}$ durch

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} := \frac{a+c}{b+d}$$

definiert?

Plenumsaufgabe 2

Wir definieren das (möglicherweise noch aus der Schule/Oberstufe bekannte) *Kreuzprodukt* auf $\mathbb{Z}^3$ durch

$$(a_1, a_2, a_3) \times (b_1, b_2, b_3) := (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$$

für alle $a_i, b_i \in \mathbb{Z}$. Zeigen Sie, dass diese Vernüpfung auf $\mathbb{Z}^3$ **nicht** kommutativ ist, dass es also konkrete Elemente $v, w \in \mathbb{Z}^3$ gibt mit $v \times w \neq w \times v$.

Plenumsaufgabe 3

Beweisen Sie, dass die Multiplikation auf der Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ assoziativ und kommutativ ist.
(*Hinweis: In $\mathbb{Z}$ sind diese Gesetze mittlerweile bekannt und dürfen benutzt werden.*)

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.