Prof. Dr. A. Werner
Kolja Hept

WS 2015/2016
Frankfurt/M., 27.11.2015

Elementarmathematik 1

Übungsblatt 7

Wochenaufgabe 1 (10 Punkte)

a) Seien $x, y \in \mathbb{Q}$ zwei verschiedene rationale Zahlen. Zeigen Sie, dass es ein $\varepsilon > 0$ gibt mit $U_\varepsilon(x) \cap U_\varepsilon(y) = \emptyset$.

b) Folgern Sie, dass der Grenzwert einer Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ von rationalen Zahlen (falls er existiert) eindeutig ist.

c) Gegeben sei die Folge $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $c_n := \frac{(-1)^n}{n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert und bestimmen Sie den Grenzwert.

Wochenaufgabe 2 (6 Punkte)

Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{Q}$ gilt:

a) $x \leq |x|$

b) $|xy| = |x||y|$

c) $|x \cdot y^{-1}| = |x||y|^{-1}$, falls $y \neq 0$

Abgabe der Wochenaufgaben bis Montag, den 07.12.2015 um 10:15 Uhr in den Einwurfkasten Ihrer Tutorin/Ihres Tutors im 3. Stock, Robert-Mayer-Straße 6.

Prof. Dr. A. Werner
Kolja Hept

WS 2015/2016
Frankfurt/M., 27.11.2015

Plenumsaufgabe 1

Zeigen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{Q}$ gilt:

a) $|x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

b) $|-x| = |x|$

Plenumsaufgabe 2

Welche der beiden nachstehenden Folgen konvergiert? Wie lautet gegebenenfalls der Grenzwert?

a) $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $a_n := (3 - \frac{1}{n})(2 + \frac{1}{n^2}) + 5$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

b) $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $b_n := (-1)^n$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Plenumsaufgabe 3

Zeigen Sie, dass konvergente Folgen beschränkt sind, dass also gilt: Wenn die Folge rationaler Zahlen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, dann gibt es ein $K \in \mathbb{Q}$, $K > 0$ mit $|a_n| < K$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.