

Elementarmathematik 1

Übungsblatt 8

Wochenaufgabe 1 (8 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Darstellung des periodischen Dezimalbruches

$$0,\overline{285714}$$

als vollständig gekürzten Bruch.

- b) Ein punktförmiger und freiwilliger Ball wird in einem zeitlich konstanten und ewig lange existierenden Universum von einer Fläche 1m senkrecht nach oben katapultiert. Jedesmal, wenn er wieder unten aufkommt, springt er $\frac{4}{5}$ -mal so hoch wie zuvor. Welche Strecke legt er insgesamt zurück?

Wochenaufgabe 2 (8 Punkte)

Wir definieren induktiv die Folge rationaler Zahlen $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ durch $x_1 := 1$ und $x_{n+1} := \frac{x_n^2 + 4}{2x_n}$ für $n > 1$.

- a) Zeigen Sie durch vollständige Induktion, dass $|x_n - 2| \leq 2^{-n+1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.
- b) Folgern Sie, dass dann auch $|x_n|^{-1} \leq |2 - 2^{-n+1}|^{-1}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.
- c) Zeigen Sie, dass die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen 2 konvergiert.

Abgabe der Wochenaufgaben bis Montag, den 14.12.2015 um 10:15 Uhr in den Einwurfkasten Ihrer Tutorin/Ihres Tutors im 3. Stock, Robert-Mayer-Straße 6.

Plenumsaufgabe 1

Beweisen Sie die Bernoulli-Ungleichung: Für alle $x \in \mathbb{Q}$ mit $x > 0$ und $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$ gilt

$$(1 + x)^n > 1 + nx.$$

(Tipp: Binomische Formel, Satz 2.7)

Plenumsaufgabe 2

- a) Berechnen Sie die Darstellungen der periodischen Dezimalbrüche $0,\overline{9}$ und $0,\overline{037}$ als vollständig gekürzte Brüche.
- b) Berechnen Sie die Darstellung des gemischt-periodischen Dezimalbruchs $0,1\overline{6}$ als vollständig gekürzten Bruch.

Die Plenumsaufgaben werden während der Übungen in Kleingruppen bearbeitet.