

Elementarmathematik 1

Übungsblatt zur Klausurvorbereitung, Lösungen bitte nicht abgeben

Aufgabe 1

Für jedes $a \in \mathbb{R}$ sei $\mathbb{R}_{>a} := \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$. Bestimmen Sie $b \in \mathbb{R}$ so, dass

$$f : \mathbb{R}_{>5} \rightarrow \mathbb{R}_{>b}, \quad x \mapsto (x-2)^2$$

eine surjektive Abbildung ist.

Aufgabe 2

Beweisen Sie mit vollständiger Induktion, dass

$$\sum_{k=1}^n (3k-2) = \frac{n(3n-1)}{2}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt.

Aufgabe 3

Für jede natürliche Zahl $g \geq 2$ schreiben wir die g -adische Entwicklung einer natürlichen Zahl x als

$$x = [b_n \dots b_0]_g$$

mit $b_i \in \{0, \dots, g-1\}$.

a) Geben Sie die rationale Zahl $\frac{8}{111}$ in ihrer Dezimalbruchentwicklung an.

b) Beweisen Sie: Für jedes $g \geq 2$ gilt

$$[b_n \dots b_1 0]_g : [10]_g = [b_n \dots b_1]_g.$$

Aufgabe 4

Sei $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine Folge rationaler Zahlen mit $|a_n| < 1$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Zeigen Sie, dass dann die Folge $(b_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit $b_n := \frac{a_n}{n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$ gegen 0 konvergiert.

Aufgabe 5

Zeigen Sie, dass das Polynom $X^2 - 1$ in $\mathbb{Q}[X]$ ein Teiler von

$$f(X) = X^6 - 2X^4 + 2X^2 - 1$$

ist.

Aufgabe 6

In einem gleichseitigen Dreieck (d.h. alle drei Seiten sind paarweise gleich lang) mit Eckpunkten A , B und C seien A' ein Punkt auf der Strecke \overline{AB} , B' ein Punkt auf der Strecke \overline{BC} und C' ein Punkt auf der Strecke \overline{CA} . Zeigen Sie, dass das Dreieck mit Eckpunkten A' , B' und C' ebenfalls gleichseitig ist, falls $|AA'| = |BB'| = |CC'|$ gilt.

Keine Abgabe. Die Aufgaben werden nicht in den Tutorien vorgerechnet.