Prof. Dr. Annette Werner
M.Sc. Adrian Zorbach

Nicht-archimedische Zahlen
Wintersemester 2016/17

—— Blatt 3 ——

Abgabe bis 7. November, 10 Uhr im Fach zum Tutorium.

Aufgabe 1. (4 Punkte) Betrachten Sie den Körper $\mathbb{Q}$ der rationalen Zahlen zusammen mit dem p-adischen Absolutbetrag $|\cdot|_p$ und zeigen Sie, dass der abgeschlossene Einheitsball $\overline{B}(0,1)$ als disjunkte Vereinigung

$$\overline{B}(0,1) = B(0,1) \sqcup B(1,1) \sqcup B(2,1) \sqcup \ldots \sqcup B(p-1,1)$$

offener Bälle geschrieben werden kann. Leiten Sie daraus einen neuen Beweis, dass $\overline{B}(0,1)$ offen ist her.

Aufgabe 2. (4 Punkte)

(i) Sei K ein Körper mit einem nicht-archimedischen Betrag und sei $r > 0$. Dann gilt für jeden Punkt $b \in \overline{B}(a,r)$ die Gleichheit $\overline{B}(b,r) = \overline{B}(a,r)$.

(ii) Sei $K = \mathbb{Q}$ und $|\cdot| = |\cdot|_5$ der 5-adische Betrag auf $\mathbb{Q}$. Zeigen Sie die folgenden Gleichheiten $B(1,1) = B(1,1/2) = \overline{B}(1,1/5)$.