Prof. Dr. Annette Werner
M.Sc. Adrian Zorbach

—— Blatt 4 ——

Abgabe bis 14. November, 10 Uhr im Fach zum Tutorium.

Aufgabe 1. (4 Punkte) Sei $\mathcal{O}_p = \{x \in \mathbb{Q} \mid |x|_p \leq 1\}$ und $\mathfrak{P}_p = \{x \in \mathbb{Q} \mid |x|_p < 1\}$. Zeigen Sie, dass der Restklassenkörper $\mathcal{O}_p/\mathfrak{P}_p$ zu $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ isomorph ist.

Aufgabe 2. (4 Punkte) Zeigen Sie:

(i) Gilt für eine rationale Zahl x die Bedingung $|x|_p \leq 1$ für alle Primzahlen p, dann ist $x \in \mathbb{Z}$.

(ii) Für $x \in \mathbb{Q}$ sei $|x|_\infty$ der übliche archimedische Absolutbetrag von x. Dann gilt für alle $x \neq 0$ die folgende Produktformel:

$$|x|_\infty \cdot \prod_{p \text{ prim}} |x|_p = 1.$$