

— Blatt 8 —

Abgabe bis 12. Dezember, 10 Uhr im Fach zum Tutorium.

**Aufgabe 1.** (4 Punkte) Finden Sie die 5-adische Entwicklung von  $\sqrt{-1} \in \mathbb{Q}_5$ , die auf 5 Stellen genau ist (also die Näherung der Form  $a_0 + a_1 \cdot 5 + \dots + a_4 \cdot 5^4$  mit  $a_i \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ ).

**Aufgabe 2.** (4 Punkte) Seien  $p \neq 2$  eine Primzahl und  $a \in \mathbb{Z}$  keine Quadratzahl. Weiter gelte  $\bar{a} \neq 0$  in  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ . Zeigen Sie, dass die Gleichung

$$x^2 = a$$

genau dann in  $\mathbb{Q}_p$  lösbar ist, wenn es die Gleichung

$$x^2 = \bar{a}$$

in  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$  ist. Überprüfen Sie mit Hilfe dieses Kriteriums die folgenden Aussagen auf Richtigkeit:

$$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}_7? \quad \sqrt{3} \in \mathbb{Q}_5? \quad \sqrt{11} \in \mathbb{Q}_{17}? \quad \sqrt{6} \in \mathbb{Q}_{11}?$$

*Hinweis.* Benutzen Sie die Proposition 7.7 sowie das Lemma 6.3 aus der Vorlesung.

*Notation.* Für  $a \in \mathbb{Z}$  schreiben wir  $\bar{a}$  für die Restklasse von  $a$  in  $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$ .