Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2017
11 Mai 2017

Lineare Algebra
Prof. Dr. Annette Werner
Dr. Alejandro Soto

Übungsblatt 4

Aufgabe 1. (4 Punkte) *Betrachten Sie die folgenden Matrizen über* $\mathbb{R}$

$$A := \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 7 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \quad B := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

a) Zeigen Sie, dass die Matrizen A und B invertierbar sind.

b) Berechnen Sie die inversen Matrizen A^{-1} und B^{-1}.

Aufgabe 2. (4 Punkte) *Berechnen Sie die Determinanten der folgenden Matrizen:*

a)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ -4 & -5 & 1 \end{pmatrix};$$

b)

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Aufgabe 3. (6 Punkte) *Sei V die folgende $n \times n$-Matrix über* $\mathbb{R}$

$$V := \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1^2 & a_2^2 & \dots & a_n^2 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ a_1^{n-1} & a_2^{n-1} & \dots & a_n^{n-1} \end{pmatrix}.$$

Abgabe bis **12 Uhr** am **Donnerstag, den 18. Mai** in die entsprechenden Kästen im 3. Stock der Robert-Mayer-Straße 6.

a) Beweisen Sie, dass

$$det(V) = \prod_{1 \leq i < j \leq n} (a_j - a_i).$$

b) Berechnen Sie die inverse Matrix V^{-1} im Fall $n = 3$.

Aufgabe 4. (4 Punkte) *Betrachten Sie die folgende $n \times n$-Matrix über $\mathbb{R}$*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 2 & \dots & 1 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 1 & 1 & \dots & 2 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass $det(A) = n + 1$ ist.