Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Martin Lüdtke

Grundlagen der Algebra

Sommersemester 2017

Präsenzaufgabenblatt 4 28. Juni 2017

Aufgabe P13.

Sei G eine Gruppe und $\mathrm{Inn}(G) \subseteq \mathrm{Aut}(G)$ die Untergruppe der *inneren Automorphismen*, d. h. das Bild des Homomorphismus $\phi : G \to \mathrm{Aut}(G)$, $\phi(g)(h) = ghg^{-1}$. Zeigen Sie, dass $\mathrm{Inn}(G)$ ein Normalteiler in $\mathrm{Aut}(G)$ ist.

Aufgabe P14.

Sei $n \in \mathbb{N}$, sei $B_n \subseteq \mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$ die Untergruppe der oberen Dreiecksmatrizen und $U_n \subseteq B_n$ die Untergruppe der oberen Dreiecksmatrizen mit Einsen auf der Diagonalen. Zeigen Sie, dass U_n ein Normalteiler in B_n ist, aber für $n \geq 2$ nicht in $\mathrm{GL}_n(\mathbb{R})$. Finden Sie einen Homomorphismus von B_n in eine geeignete Gruppe, dessen Kern U_n ist.

Aufgabe P15.

Sei G eine Gruppe und $\{N_i : i \in I\}$ eine Familie von Normalteilern. Zeigen Sie, dass der Durchschnitt $\bigcap_{i \in I} N_i$ ebenfalls ein Normalteiler ist.

Aufgabe P16.

Sei G eine Gruppe und $A, B \leq G$ zwei Untergruppen. Zeigen Sie: Wenn mindestens eine der beiden Gruppen ein Normalteiler ist, dann ist

$$AB = \{ab : a \in A, b \in B\} \subseteq G$$

eine Untergruppe.

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern wird in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

http://www.uni-frankfurt.de/65116210/17_SS_GdA