Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Wintersemester 2017/2018

Elementarmathematik I
Prof. Dr. Annette Werner
Rosemarie Martienssen

Übungsblatt 6

Da der entsprechende Stoff noch nicht in der Vorlesung behandelt wurde, können Wochenaufgabe 1 (ii) und Wochenaufgabe 2 diese Woche noch nicht bearbeitet werden. Stattdessen wird empfohlen, den Stoff der letzten Vorlesungen zu wiederholen und gegebenenfalls Fragen in den Übungsgruppen zu klären.

Wochenaufgabe 1. (**8 Punkte**)

(i) Beweisen Sie, dass die Addition auf der Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ kommutativ und assoziativ ist.

(ii) Beweisen Sie, dass für alle $x, y \in \mathbb{Q}$ mit $x, y > 0$ gilt:
Aus $x < y$ folgt $y^{-1} < x^{-1}$.

Wochenaufgabe 2. (**8 Punkte**)

Seien x, y zwei ungleiche rationale Zahlen mit $x < y$. Zeigen Sie, dass es unendlich viele rationale Zahlen $z \in \mathbb{Q}$ gibt, für die $x < z < y$ gilt.

Plenumsaufgabe 1. Was wäre schiefgegangen, hätten wir die Addition auf $\mathbb{Q}$ wie folgt durch

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} := \frac{a+c}{b+d}$$

definiert?

Plenumsaufgabe 2. Zeigen Sie, dass die Multiplikation auf der Menge der rationalen Zahlen $\mathbb{Q}$ kommutativ und assoziativ ist.
Hinweis: Für die ganzen Zahlen sind diese Eigenschaften bereits bekannt

Plenumsaufgabe 3. Wir definieren das (möglicherweise noch aus der Schule/Oberstufe bekannte) *Kreuzprodukt* auf $\mathbb{Z}^3$ durch

$$(a_1, a_2, a_3) \times (b_1, b_2, b_3) := (a_2b_3 - a_3b_2, a_3b_1 - a_1b_3, a_1b_2 - a_2b_1)$$

Abgabe der Wochenaufgaben bis **12 Uhr** am **Montag, den 04. Dezember** in die Fächer der Tutoren im 3. Stock der Robert-Mayer-Straße 6.

für $a_i, b_i \in \mathbb{Z}$ und $i = 1, 2, 3$.
Zeigen Sie, dass diese Verknüpfung auf $\mathbb{Z}^3$ *nicht* kommutativ ist, es also Elemente $v, w \in \mathbb{Z}^3$ gibt, für welche $v \times w \neq w \times v$ gilt.