

## Lineare Algebra

Wintersemester 2018/19

### Übungsblatt 2

23. Oktober 2018

#### Aufgabe 1. (4 Punkte)

Bestimmen Sie den Wahrheitswert folgender Aussagen in Abhängigkeit von  $A$  und  $B$  und tragen Sie diese in die Wahrheitstafel ein:

$A$	$B$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A$ und $\neg B$	$A$ oder $B$	$\neg(A$ oder $B)$
W	W					
W	F					
F	W					
F	F					

Folgern Sie, dass die Aussagen „ $\neg A$  und  $\neg B$ “ und „ $\neg(A$  oder  $B)$ “ äquivalent sind.

#### Aufgabe 2. (5 Punkte)

Sei  $X$  eine Menge und seien  $U, V \subseteq X$  zwei Teilmengen. Zeigen Sie:

- (a)  $U \cap V \subseteq U$  und  $U \subseteq U \cup V$
- (b)  $X \setminus (X \setminus U) = U$
- (c)  $X \setminus (U \cup V) = (X \setminus U) \cap (X \setminus V)$
- (d)  $U \cap V = V \iff V \subseteq U$
- (e)  $U \cup V = V \iff U \subseteq V$

#### Aufgabe 3. (5 = 2+3 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie jeweils alle Teilmengen der Mengen  $\{1, 2\}$  und  $\{1, 2, 3\}$ .
- (b) Zeigen Sie durch einen Induktionsbeweis, dass für jede natürliche Zahl  $n \geq 1$  die Menge  $X = \{1, 2, \dots, n\}$  genau  $2^n$  Teilmengen besitzt.  
*Hinweis: Unterscheiden Sie zwischen Teilmengen, die  $n$  enthalten, und denen, die es nicht tun.*

— bitte wenden —

**Aufgabe 4.** (4 Punkte)

Seien  $X, Y, Z$  Mengen. Ferner seien  $f : X \rightarrow Y$  und  $g : Y \rightarrow Z$  Abbildungen. Wir definieren folgende Abbildungen (sog. *Projektionen*):

$$\begin{aligned} \text{pr}_{12} : X \times Y \times Z &\rightarrow X \times Y, & (x, y, z) &\mapsto (x, y), \\ \text{pr}_{13} : X \times Y \times Z &\rightarrow X \times Z, & (x, y, z) &\mapsto (x, z), \\ \text{pr}_{23} : X \times Y \times Z &\rightarrow Y \times Z, & (x, y, z) &\mapsto (y, z). \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass für die Graphen  $\Gamma_f, \Gamma_g, \Gamma_{g \circ f}$  gilt:

$$\Gamma_{g \circ f} = \text{pr}_{13}(\text{pr}_{12}^{-1}(\Gamma_f) \cap \text{pr}_{23}^{-1}(\Gamma_g)).$$

---

**Abgabe:** Am kommenden Dienstag, den **30. Oktober 2018**, bis zur Vorlesung in den Kasten im 3. Stock, Institut für Mathematik, Robert-Mayer-Straße 6-8. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

[https://www.uni-frankfurt.de/73427229/19\\_18\\_WS\\_Lineare\\_Algebra](https://www.uni-frankfurt.de/73427229/19_18_WS_Lineare_Algebra)

---