Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Martin Lüdtke

Lineare Algebra

Wintersemester 2018/19

Präsenzaufgabenblatt 4 6. November 2018

Aufgabe P1.

Sei K ein Körper. Wir fassen K als Vektorraum über sich selbst auf. Zeigen Sie, dass $\{0\}$ und K die einzigen Untervektorräume sind.

Aufgabe P2.

Sei K ein Körper und $U \subseteq K^2$ ein Untervektorraum mit $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \in U$ und $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \in U$. Zeigen Sie: $U = K^2$.

Aufgabe P3.

Bei welchen der folgenden Teilmengen von $\mathbb{R}$-Vektorräumen handelt es sich um Unterräume?

(a) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \; ; \; x \neq y \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$,

(b) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \; ; \; 2x + 3y = 0 \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$,

(c) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \; ; \; x = 0 \text{ oder } y = 0 \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$,

(d) $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \; ; \; y = x^2 \right\} \subseteq \mathbb{R}^2$,

(e) $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \; ; \; f(-x) = f(x) \text{ für alle } x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$,

(f) $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \; ; \; f(x) = 0 \text{ für ein } x \in \mathbb{R}\} \subseteq \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$,

(g) $\{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \; ; \; \text{ für } x \leq y \text{ gilt } f(x) \leq f(y)\} \subseteq \mathrm{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.