Goethe-Universität Frankfurt	**Elementarmathematik 2**
Institut für Mathematik	Prof. Dr. Martin Ulirsch
Sommersemester 2019	Felix Röhrle
25. April 2019	

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Stellen Sie folgende Brüche als (periodische) Dezimalbrüche dar!

(a) $\frac{1}{6}$

(b) $\frac{8}{21}$

(c) $\frac{2019}{101}$

Schreiben Sie die Dezimalbrüche als Brüche!

(d) $0,\overline{27}$

(e) $0,0\overline{45}$

(f) $0,\overline{571428}$

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Aus der Vorlesung kennen wir die Darstellung reeller Zahlen durch Dezimalbrüche. Zur Erinnerung: sei $r \in \mathbb{R}$. Dann gibt es ein $N \in \mathbb{N}$ und eine eindeutige Folge von Ziffern $(a_n)_{n\leq N}$ mit $a_n \in \{0, 1, \ldots, 9\}$, die nicht in Periode 9 endet, sodass

$$r = \langle \pm a_N a_{N-1} \ldots a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots \rangle_{10} = \pm \sum_{k=N}^{-\infty} a_k 10^k.$$

Analog dazu wollen wir nun zwei alternative Darstellungssysteme definieren. Das Binärsystem (Basis 2) verwendet als Ziffern $a_n \in \{0, 1\}$, d.h.

$$r = \langle \pm a_N a_{N-1} \ldots a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots \rangle_{2} = \pm \sum_{k=N}^{-\infty} a_k 2^k.$$

Das Hexadezimalsystem (Basis 16) verwendet als Ziffern $\{0, \ldots, 9, A, B, C, D, E, F\}$ und drückt reelle Zahlen als

$$r = \langle \pm a_N a_{N-1} \ldots a_0, a_{-1} a_{-2} \ldots \rangle_{16} = \pm \sum_{k=N}^{-\infty} a_k 16^k.$$

aus. Dabei wird auf der rechten Seite die Umrechnung $\langle A \rangle_{16} = \langle 10 \rangle_{10}$, $\langle B \rangle_{16} = \langle 11 \rangle_{10}$ und so weiter verwendet. Vervollständigen Sie die Tabelle indem Sie die Systeme ineinander umrechnen.

Binär	Dezimal	Hexadezimal
	167	
$0,\overline{0011}$		
	16,125	
		DEF
$0,\overline{0111010001011101}$		
		$0,\overline{79E}$

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine konvergente Folge reeller Zahlen mit Grenzwert a und $(a_{n_k})_{k\in\mathbb{N}}$ eine beliebige Teilfolge. Dann konvergiert auch $(a_{n_k})_{k\in\mathbb{N}}$ gegen den Wert a.

(b) Sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine monoton fallende, nach unten beschränkte reelle Folge. Dann konvergiert die Folge $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Gegeben ist eine Menge

(a) $M = \mathbb{N} \cup \{*\}$

(b) $M = \{ax + b$ ein Polynom vom Grad 1 mit $a, b \in \mathbb{N}\}$

(c) $M = \{(l_n)_{n\in\mathbb{N}} \mid$ für alle n ist $l_n \in \{0, 1\}\}$

(d) $M = \{p \in \mathbb{N} \mid p$ ist eine Primzahl$\}$, vgl. Blatt 2 Aufgabe 2.

Ist M abzählbar unendlich oder überabzählbar? Beweisen Sie Ihre Behauptung.

Abgabe: In den Fächern der Tutor*innen bis **13:00** Uhr am **Freitag, den 03.05.2019**.