Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2019
27. Juni 2019

Elementarmathematik 2
Prof. Dr. Martin Ulirsch
Felix Röhrle

Übungsblatt 11

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Vervollständigen Sie die folgende Tabelle!

z	-1	i	$-5i$	$-1-i$	$3-4i$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}+i\frac{1}{2}$	$-2+i2\sqrt{3}$
$\overline{z}$							
$\lvert z\rvert$							
z^{-1}							
Polarkoordinaten							

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Die komplexen Zahlen bilden zusammen mit der Addition und der Multiplikation einen Körper. In der Vorlesung wurde bereits eine Auswahl der Körperaxiome bewiesen (Existenz von neutralen und inversen Elementen bzgl. Addition und Multiplikation). Vervollständigen Sie den Beweis, indem Sie die verbleibenden Körperaxiome, d.h. Assoziativität und Kommutativität von Addition und Multiplikation, sowie das Distributivgesetz beweisen.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Beweisen Sie folgende Eigenschaften der komplexen Konjugation:

(a) $\overline{z+w} = \overline{z} + \overline{w}$

(b) $\overline{zw} = \overline{z} \cdot \overline{w}$

(c) $\operatorname{Re} z = \frac{1}{2}(z + \overline{z})$

(d) $\operatorname{Im} z = \frac{1}{2i}(z - \overline{z})$

(e) Es gilt $z = \overline{z}$ genau dann wenn $\operatorname{Im} z = 0$.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Bestimmen Sie alle Nullstellen $z \in \mathbb{C}$ der folgenden Polynome.

(a) $z^3 + z^2 + z + 1$

(b) $-z^2 - 2i$

(c) $z^{12} - 1$

(d) $(z-i)^6 + 1$

Abgabe: In den Fächern der Tutor*innen bis **13:00** Uhr am **Freitag, den 28.06.2019**.