Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik
Sommersemester 2019
5. Juli 2019

Elementarmathematik 2
Prof. Dr. Martin Ulirsch
Felix Röhrle

Übungsblatt 13

Aufgabe 1 (4 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$F(x) = \frac{-x^4 + 2x^2 - 1}{(x-5)(x+5)}.$$

Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich sowie alle Null-, Pol- und lokalen Extremstellen der Funktion und geben Sie bei den Extrema jeweils an, ob es sich um Minimum oder Maximum handelt.

Aufgabe 2 (4 Punkte)

Untersuchen Sie die Funktion arctan auf Differenzierbarkeit und bestimmen Sie die Ableitung an allen Stellen, an denen diese existiert.

Aufgabe 3 (4 Punkte)

Seien $f, g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben. Beweisen Sie folgende Aussagen:

(a) Wenn für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt, dass $f'(x) = 0$, dann ist f konstant.

(b) Wenn $f'(x) = g'(x)$ für alle reellen x, dann gibt es ein $c \in \mathbb{R}$ mit $f(x) = g(x) + c$ für alle x.

(c) Falls f'' die konstante Nullfunktion ist, dann hat f die Form $ax + b$ für a und b reelle Konstanten.

Aufgabe 4 (4 Punkte)

Fixiere $\alpha \in \mathbb{Q}$ und definiere

$$\begin{aligned} f_\alpha : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto \begin{cases} x^\alpha & x > 0, \\ 0 & x = 0, \\ (-x)^\alpha & x < 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Für welche Werte von α ist f_α differenzierbar in $x = 0$? Skizzieren Sie f_α für verschiedene Werte von α.

Abgabe: In den Fächern der Tutor*innen bis **13:00** Uhr am **Freitag, den 12.07.2019**.