8. Übungsblatt

Aufgabe 1:

Für $n \geq 1$ sei

$$L_n = \{xy \mid x, y \in \{0,1\}^n, x \text{ und } y \text{ unterscheiden sich an allen Stellen}\}.$$

1. Zeigen Sie: L_n kann von einem PA mit isoliertem Cutpoint und $O(n^2)$ Zuständen akzeptiert werden.
2. Zeigen Sie: Jeder NFA für L_n braucht mindestens 2^n viele Zustände.
3. Können Sie einen PA mit isoliertem Cutpoint und $O(n)$ vielen Zuständen angeben, der L_n akzeptiert?

Aufgabe 2:

Beweisen Sie: Für jedes $n \geq 1$ gibt es einen PA mit $O(n)$ vielen Zuständen, der die Sprache

$$L_n = \{0,1\}^* \, 1 \, \{0,1\}^{n-1}$$

mit isoliertem Cutpoint akzeptiert.

Aufgabe 3:

Beweisen Sie: Zu jedem PA M mit Cutpoint λ und gegebenem $\lambda' \in (0,1)$ gibt es einen PA M' mit $T(M,\lambda) = T(M',\lambda')$.

Aufgabe 4:

Geben sie einen PA M und einen Cutpoint λ an, so dass $T(M,\lambda) = \{a^i b^j \mid i \geq j > 0\}$.

Aufgabe 5:

Beweisen oder widerlegen Sie: Für jeden PA M und jeden Cutpoint λ ist $T(M,\lambda)$ regulär genau dann wenn λ rational ist.

Aufgabe 6:

Gegeben sei ein probabilistischer Automat M über dem Alphabet Σ und $0 \leq \lambda < 1$. Weiter sei die Menge $\{w \in \Sigma^* \mid p_M(w) = \lambda\}$ regulär. Beweisen Sie:

$$\overline{T(M,\lambda)} \in \mathrm{CL}\,.$$

Aufgabe 7:

Beweisen Sie: CL ist abgeschlossen unter Schnitt mit regulären Sprachen.