Diskrete und Algorithmische Geometrie

WS 2007/2008

Blatt 10 Abgabe: Di 15.1.08

Aufgabe 1.
Es sei $\mathcal{S}$ eine m-elementige Punktmenge in der Ebene $\mathbb{R}^2$, wovon h Punkte im Rand der konvexen Hülle conv $\mathcal{S}$ liegen. Zeige, dass jede Triangulierung von $\mathcal{S}$ genau $2m-2-h$ Dreiecke und $3m-3-h$ Kanten besitzt.

Aufgabe 2.
Zeige, dass eine Triangulierung einer endlichen Punktmenge in der Ebene genau dann eine Delone-Triangulierung ist, wenn für jede innere Kante e und die beiden Dreiecke mit Kante e die Summe der gegenüberliegenden Winkel kleiner als π ist.

Aufgabe 3.
Sei $\mathcal{S} = \{s_1, \ldots, s_m\}$ die Eckenmenge eines regulären m-gons im $\mathbb{R}^2$. Zeige, dass $\mathcal{S}$ genau C_{m-2} verschiedene Triangulierungen besitzt, wobei

$$C_n = \frac{1}{n+1}\binom{2n}{n}$$

die n-te Catalan-Zahl bezeichnet.

Aufgabe 4.
Sei $\mathcal{S} = \{s_1, \ldots, s_m\} \subset \mathbb{R}^2$ in allgemeiner Lage und G der vollständige Graph mit Eckenmenge $\mathcal{S}$. Ein *Euklidischer minimaler Spannbaum von* $\mathcal{S}$ ist ein minimal aufspannender Baum von G bezüglich der Kantengewichte, die durch den Euklidischen Abstand je zweier Punkte gegeben sind. Zeige, dass alle Kanten eines Euklidischen Spannbaums von $\mathcal{S}$ Kanten der Delaunay-Triangulierung von $\mathcal{S}$ sind.

Prof. Dr. Thorsten Theobald
Dipl.-Math. Reinhard Steffens
FB 12 - Institut für Mathematik
`http://www.math.uni-frankfurt.de/~steffens/algogeom/`
JOHANN WOLFGANG GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN