

Diskrete und Algorithmische Geometrie

WS 2007/2008

Blatt 9

Abgabe: Di 8.1.08

Aufgabe 1.

Sei P die Punktmenge $\{p_1, \dots, p_m\} \subset \mathbb{R}^n$. Zeige, dass p_i genau dann auf dem Rand der konvexen Hülle von P liegt, wenn die Voronoi-Region $\text{VR}(p_i)$ unbeschränkt ist.

Aufgabe 2.

Sei $S \subset \mathbb{R}^2$ endlich mit $|S| = m$. Zeige mittels vollständiger Induktion folgende Version der Euler-Formel: Für $m \geq 3$ hat das Voronoi-Diagramm von S höchstens $2m - 5$ Ecken und höchstens $3m - 6$ Kanten.

Aufgabe 3.

Zeige: Falls jede $(n + 2)$ -elementige Teilmenge von $S \subset \mathbb{R}^n$ nicht auf einer gemeinsamen $(n - 1)$ -Sphäre liegt, dann ist das geliftete Polyeder einfach, und damit ist auch jede Voronoi-Region einfach.

Aufgabe 4.

Unter welchen Bedingungen sind alle Voronoi-Regionen spitze Polyeder?