

Hinweis:

- Am Freitag, den 19.12, werden in der Vorlesung einige Filme im Rahmen des Math-Film-Festivals gezeigt.
- Die Semesterprojekte zu dieser Veranstaltung werden in den ersten Übungsstunden nach den Weihnachtsferien ausgegeben.
- Sie erhalten 4 Bonuspunkte, wenn Sie die Lösungen zu diesem Blatt **komplett** in \LaTeX abgeben.



Aufgabe 1.

Betrachten Sie das aus der Vorlesung und Übung bekannte Verfahren zur Approximation der Quadratwurzel (siehe Blatt 5 Aufgabe 4).

- (a) Wie wählen Sie x_0 um möglichst schnelle Konvergenz zu erreichen?
- x_0 sollte viel größer als der erwartete Wert von \sqrt{a} sein.
 - x_0 sollte ungefähr gleich dem erwarteten Wert von \sqrt{a} sein.
 - x_0 sollte viel kleiner als der erwartete Wert von \sqrt{a} sein.
- (b) Konvergiert die Folge $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ für $a > 0$ und für negative Startwerte x_0 gegen $-\sqrt{a}$?

Aufgabe 2.

Stellen Sie mithilfe des erweiterten euklidischen Algorithmus den ggT von

- (a) 19 und 17
(b) 65 und 91

jeweils als ganzzahlige Linearkombination dar.

Aufgabe 3.

„Division durch Multiplikation“

- (a) Es sei $a > 0$. Zeigen Sie, dass die Folge (x_n) definiert durch $x_{n+1} = x_n(2 - ax_n)$ für beliebiges $x_0 \in]0, \frac{2}{a}[$ ab $n = 1$ monoton wächst und gegen $1/a$ konvergiert.
- (b) Berechnen Sie für $a = 3$ und $x_0 = 0.3$ die ersten drei Folgenglieder.
- (c) Zeigen Sie, dass das Verfahren quadratisch konvergiert, d.h. es gibt eine Konstante c , so dass $|x_{n+1} - \frac{1}{a}| \leq c \cdot |x_n - \frac{1}{a}|^2$ gilt.

Aufgabe 4.

Schreiben Sie Ihre Lösung zu Aufgabe 2 in \LaTeX .