

PROSEMINAR
Lineare Darstellungen endlicher Gruppen
Sommersemester 2014

Goethe-Universität Frankfurt am Main
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Nithi Rungtanapirom

Programm

Vortrag 1: Grundlagen

N.N. 06.06.2014, 14:15 – 15:30 Uhr

Definitionen (lineare Darstellung, Grad einer Darstellung, isomorphe Darstellungen); Beispiele, vor allem die Permutationsdarstellung; Teildarstellungen und Existenz ihres Komplements; irreduzible Darstellungen; Beweis, dass jede Darstellung eine direkte Summe irreduzibler Darstellungen ist.

Literatur: [Ser77, §1.1–1.4]

Vortrag 2: Tensorprodukte und Charaktere

N.N. 06.06.2014, 15:45 – 17:00 Uhr

Definition des Tensorprodukts zweier Darstellungen, Beschreibung durch Matrizen; das alternierende und symmetrische Quadrat; Definition eines Charakters sowie die ersten Rechenregeln.

Literatur: [Ser77, §1.5, 1.6, 2.1]

Vortrag 3: Schurs Lemma und Orthogonalität

N.N. 07.06.2014, 10:15 – 11:30 Uhr

Beweis von Schurs Lemma und dessen Konsequenzen; Irreduzibilitätskriterium für lineare Darstellungen; Orthogonalität von Charakteren zu irreduziblen Darstellungen.

Literatur: [Ser77, §2.2, 2.3]

Vortrag 4: Zerlegungen von Darstellungen

N.N. 07.06.2014, 11:45 – 13:00 Uhr

Zerlegung der regulären Darstellung; Klassenfunktionen; Beweis, dass die irreduziblen Charaktere eine Orthonormalbasis des Vektorraums der Klassenfunktionen bilden; Anzahl der irreduziblen Darstellungen; Konsequenzen für abelsche Gruppen; Abschätzung für den Grad einer irreduziblen Darstellung von einer Gruppe mit einer abelschen Untergruppe.

Literatur: [Ser77, §2.4, 2.5, 3.1]

Vortrag 5: Kanonische Zerlegung und Produkte von Gruppen

N.N. 07.06.2014, 15:00 – 16:15 Uhr

Konstruktion der kanonischen Zerlegung; das (direkte) Produkt zweier Gruppen und dessen Darstellungen.

Literatur: [Ser77, §2.6, 3.2]

Vortrag 6: Induzierte Darstellungen I

N.N. 07.06.2014, 16:30 – 17:45 Uhr

Definition von induzierten Darstellungen und Beispiele, Existenz und Eindeutigkeit, Charakter einer induzierten Darstellung.

Literatur: [Ser77, §3.3]

Vortrag 7: Beispiele

N.N.

13.06.2014, 14:15–15:30 Uhr

Die Charaktertafeln der zyklischen Gruppen, der Diedergruppen, der alternierenden Gruppen A_4 und der symmetrischen Gruppen S_4 .

Literatur: [Ser77, §5.1, 5.3, 5.7, 5.8]

Vortrag 8: Die Gruppenalgebra

N.N.

13.06.2014, 15:45–17:00 Uhr

Definition der Gruppenalgebra $K[G]$; Zerlegung von $\mathbb{C}[G]$ als Produkt von Matrizenalgebren; die Fourier-Umkehrformel; das Zentrum von $\mathbb{C}[G]$.

Literatur: [Ser77, §6.1–6.3], [Kow11, §4.3.6]

Vortrag 9: Induzierte Darstellungen II

N.N.

14.06.2014, 10:15–11:30 Uhr

Induzierte Klassenfunktion und Charakter einer induzierten Darstellung; Frobenius-Reziprozität; Einschränkung auf Untergruppen; Mackeys Irreduzibilitätskriterium.

Literatur: [Ser77, §7.2–7.4]

Vortrag 10: Beispiele induzierter Darstellungen

N.N.

14.06.2014, 11:45–13:00 Uhr

Grad von irreduziblen Darstellungen einer Gruppe mit abelschem Normalteiler; Semidirekte Produkte und deren Darstellungen; Überauflösbare Gruppen und deren Darstellungen.

Literatur: [Ser77, §8.1, 8.2, 8.5]

Vortrag 11: Ganzheit und Anwendungen

N.N.

14.06.2014, 15:00–16:15 Uhr

Definition algebraisch ganzer Zahlen; wichtigste Resultate ohne Beweis; Ganzheit von Charakteren deren Folgerungen.

Literatur: [Ser77, §6.4, 6.5], [Kow11, Prop.4.7.7–8]

Vortrag 12: Burnside's Theorem

N.N.

14.06.2014, 16:30–17:45 Uhr

Beweis von Burnside's Theorem mithilfe der Darstellungstheorie; falls die Zeit reicht, auch, wo der Beweis für die alternierende Gruppe A_5 der Ordnung $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$ schiefeht.

Literatur: [Kow11, §4.7.2]

Literatur

[Kow11] E. Kowalski, *Representation Theory*, lecture notes from Spring 2011, ETH Zürich, URL: <http://www.math.ethz.ch/~kowalski/representation-theory.pdf>.

[Ser77] J.-P. Serre, *Linear Representations of Finite Groups*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 42, Springer, 1977.