

Elementarmathematik
Übungsblatt 8

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya
Übungen: M. Nickel

07.06.2017

Übung 1 (2+2+2 Punkte)

Sei $a > 0$. Zeigen Sie:

1. für alle $x, y \in \mathbb{R}_{>0}$ gilt

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y),$$

2. für $u \in \mathbb{R}_{>0}$ und $v \in \mathbb{R}$ gilt:

$$\log_a(u^v) = v \log_a(u).$$

3. Nach welcher Anzahl von Jahren verdoppelt sich eine Spareinlage bei einem Zinssatz von 0.15%? Geben Sie Ihren Lösungsweg an und nehmen Sie an, dass Sie einen Taschenrechner zur Verfügung haben der nur \log_{10} berechnen kann.

Übung 2 (3+3 Punkte)

1. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine stetige Funktion. Zeigen Sie, dass $c, d \in \mathbb{R}$ existieren mit $\text{Bild}(f) = [c, d]$.
2. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(0) > 0$ und $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq 0$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) \leq 0$. Zeigen Sie, dass es ein $x_0 \in \mathbb{R}$ gibt mit $f(x_0) = \sup\{f(x) \mid x \in \mathbb{R}\}$.

Übung 3 (2+2 Punkte)

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind (jeweils mit Begründung).

1. Seien $a, b \in \mathbb{R}$ und $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine Funktion mit $\text{Bild}(f) = [c, d]$ für gewisse $c, d \in \mathbb{R}$. Dann ist f stetig.
2. Sei $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ stetig. Dann gibt es $a, b \in \mathbb{R}$ mit $\text{Bild}(f) = [a, b]$.

Dieses Blatt kann bis spätestens **14:00 Uhr am Montag, den 19.06.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben.