

Annette Werner  
Adrian Zorbach

# Seminar zur Logik

Goethe-Universität  
Frankfurt am Main  
Wintersemester 2018/19

## Motivation

Ziel in diesem Seminar ist der berühmte erste Gödelsche Unvollständigkeitssatz, den wir im Vortrag 13 beweisen werden. Dieser besagt grob, dass eine konsistente Mathematik notwendig unvollständig sein muss, d. h. es gibt Aussagen  $\alpha$  und weder  $\alpha$ , noch  $\neg\alpha$  sind im Kalkül beweisbar.

Eine Konsequenz ist der zweite Unvollständigkeitssatz, dessen Bedeutung treffend in einem Zitat von André Weil beschrieben wird:

Gott existiert, weil die Mathematik widerspruchsfrei ist, und der Teufel existiert, weil wir das nicht beweisen können.

Die Bedeutung dieser Ergebnisse für die Mathematik, Logik und Philosophie ist mit Einsteins Relativitätstheorie vergleichbar.

## Vorbereitung

Wir orientieren uns im Seminar an [Rau08]. Die Begriffe und Resultate aus Kapitel 1, sowie 2.1 bis 2.3 werden vorausgesetzt. Daher bitte diesen Teil in der vorlesungsfreien Zeit durcharbeiten.

## Spielregeln

Geplant sind 75 Minuten für den Vortrag und anschließend 15 Minuten für Diskussionen. Es werden keine Handouts und auch keine Ausarbeitung verlangt.

In der Regel besteht das Material für einen Vortrag aus einem Kapitel (z. B. 3.4). Aufgrund der Zeitbegrenzung wird empfohlen, den Inhalt so vorzubereiten, dass er geeignet zusammengefasst werden kann.

## Vorträge

#	Datum	Thema	Referenzen
1	18.10.18	Grundlagen I	2.4 und 2.5 bis zur Definition einer elementaren Theorie
2	25.10.18	Grundlagen II	Rest von 2.5 und 2.6
3	1.11.18	Vorbereitungen für den Vollständigkeitsbeweis	Kapitel 3 bis einschl. Lemma 2.2 mit Beweis
4	8.11.18	Der Vollständigkeitsbeweis	Rest von 3.2
5	15.11.18	Nichtstandardmodelle	3.3
6	22.11.18	ZFC und die Paradoxie von Skolem	3.4
7	29.11.18	Aufzählbarkeit, Entscheidbarkeit und vollständige Hilbert-Kalküle I	3.5 und 3.6 bis einschl. Satz 6.1 mit Beweis
8	6.12.18	Vollständige Hilbert-Kalküle II, Fragmente der 1. Stufe und Erweiterungen	Rest von 3.6 und 3.7
9	13.12.18	Rekursive und primitiv-rekursive Funktionen	6.1
10	20.12.18	Gödelisierung	6.2
11	17.01.19	Repräsentierbarkeit arithmetischer Prädikate	6.3 bis einschl. Korollar 3.2
12	24.01.19	Der Repräsentationssatz	Rest von 6.3 und 6.4 bis einschl. Satz 4.2 mit Beweis
13	31.01.19	Die Sätze von Gödel, Tarski und Church I	Rest von 6.4 und 6.5 bis einschl. Satz 5.1' mit Beweis
14	7.2.19	Die Sätze von Gödel, Tarski und Church II	Rest von 6.5
15	14.02.19	Abschlusssitzung	

## Literatur

[Rau08] Wolfgang Rautenberg. *Einführung in die Mathematische Logik*. Vieweg+Teubner, GWV Fachverlage GmbH, Wiesbaden, 2008.