

## Aufgabenblatt 3

### 1 Beweis per Kontraposition

Wir wollen zeigen, dass gilt:

„Ist die Summe zweier ganzer Zahlen gerade, so sind beide ganzen Zahlen gerade oder beide ganzen Zahlen ungerade.“

- i) Definieren Sie die drei Aussagen, die in diesem Satz vorkommen als Aussagen  $A, B, C$ . Schreiben Sie den Satz als logischen Ausdruck in  $A, B, C$ .
- ii) Was ist die Kontraposition dieses abstrakten logischen Ausdruckes in  $A, B, C$ ?
- iii) Was besagt also die Kontraposition des obigen Satzes? Beweisen Sie diese Aussage und damit den obigen Satz.

### 2 Gleichheit von Mengen

Zeigen Sie die folgende Mengengleichheit.

- i)  $[0, 3) \cap [2, 5] = [2, 3) \subset \mathbb{R}$ .
- ii)  $\{x \in \mathbb{R} \mid x^2 \geq x\} = (0, 1)$ .
- iii) Seien  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  Funktionen, dann ist

$$\{x \in \mathbb{R} \mid f(x)g(x) = 0\} = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = 0\} \cup \{x \in \mathbb{R} \mid g(x) = 0\}.$$

### 3 Symmetrische Differenz

Sei  $M$  eine Menge und  $S, T \subset M$  Teilmengen. Die symmetrische Differenz ist definiert als

$$S\Delta T = S \cup T \setminus (S \cap T).$$

- i) Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm für die symmetrische Differenz.
- ii) Betrachte  $M = \mathbb{R}$  und berechne die symmetrische Differenz  $S\Delta T$  für
  - (a)  $S = \{1, 2, 4\}, T = \{2, 3, 5\}$ .
  - (b)  $S = [0, 3), T = [2, 5)$ .
- iii) Zeigen Sie, dass  $S\Delta T = (S \setminus T) \cup (T \setminus S)$ .

#### 4 Teilbarkeitsregeln

Beweisen Sie folgende Aussagen:

- i) Eine Zahl ist durch 9 teilbar genau, dann wenn die Quersumme durch 9 teilbar ist.
  - ii) Welche der folgenden Zahlen sind durch 3 bzw. 9: 885, 1305, 41305, 30031, 50391.
-