

Aufgabenblatt 1

1 Definition und Satz - ungerade Zahl

- i) Geben Sie die Definition einer ungerade Zahl.
- ii) Zeigen Sie: Das Quadrat einer ungeraden Zahl ist ungerade.
- iii) Zeigen Sie: Die Summe zweier ungerader Zahlen ist gerade.

2 Definition - Teiler

In der Vorlesung haben wir definiert: Eine ganze Zahl k teilt eine ganze Zahl n , wenn ein ganze Zahl l existiert, sodass $n = k \cdot l$.

Angenommen wir erlauben in der Definition eine rationale Zahl für l . Was ändert sich?

3 Direkter Beweis - Teilbarkeit

Seien a, b, c ganze Zahlen. Zeigen Sie: Wenn $a \mid b$ und $b \mid c$, dann folgt $a \mid c$.

4 Aussagenlogik

Seien A, B und C Aussagen.

- i) Beweise Sie die zweite der de-morganschen Regeln

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

mit einer Wahrheitstafel.

- ii) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

- iii) Drücken Sie $A \Rightarrow B$ mithilfe von \wedge, \vee, \neg aus. Finden Sie einen solchen Ausdruck für $\neg(A \Rightarrow B)$.

5 *Satz lesen

Wenden Sie die Hinweise zum Lesen von Sätzen auf die Goldbach-Vermutung an:

Eine gerade natürliche Zahl größer als 3 lässt sich als Summe zweier Primzahlen schreiben.

Diese Vermutung wurde von Christian Goldbach um 1742 aufgestellt und ist bis heute ein ungelöstes Problem. Numerisch wurde sie für geraden natürlichen Zahlen $< 4 \cdot 10^{18}$ gezeigt.
