

Aufgabenblatt 5

1 Induktion

Zeigen Sie: $\forall n \in \mathbb{N} : 133 \mid 12^{2n} - 11^n$.

2 Urbild und Schnitt

Sei $f : M \rightarrow N$ eine Abbildung und $T_1, T_2 \subset M$, $S_1, S_2 \subset N$ Teilmengen.

- i) Zeigen Sie die Gleichheit von Mengen $f^{-1}(S_1 \cap S_2) = f^{-1}(S_1) \cap f^{-1}(S_2)$.
- ii) Zeigen Sie die Gleichheit von Mengen $f^{-1}(S_1 \cup S_2) = f^{-1}(S_1) \cup f^{-1}(S_2)$
- iii) Finden Sie eine konkrete Abbildung in Form eines Pfeildiagramms, die zeigt, dass $f(T_1) \cap f(T_2) = f(T_1 \cap T_2)$ im Allgemeinen falsch ist.

3 Injektivität und Surjektivität

Finden Sie eine injektive Abbildung $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$ und eine surjektive Abbildung $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$.

4 Mächtigkeit

- i) Seien M, N endliche Mengen. Finden Sie eine Formel für die Mächtigkeit der Differenz $|M \setminus N|$ und der symmetrischen Differenz $|M \Delta N|$.
- ii) Sei M eine endliche Menge mit $|M| = n$. Was ist die Anzahl der zwei-elementigen Teilmengen von M ? Finden Sie eine Formel und beweisen Sie diese mit Induktion.

5 *Fehlererkennung bei der ISBN

- i) Prüfen Sie folgende ISBN-10 auf Richtigkeit: 0-387-54747-9, 3-411-17113-8.
 - ii) Sei $a_1 \dots a_{10}$ eine gültige ISBN-10. Zeige dass, eine Zahlendreher durch das Prüfverfahren als Fehler erkannt wird. Verfahren Sie wie im Beweis von Satz 52.
-