

Aufgabenblatt 1

1 Definition und Satz - ungerade Zahl

- i) Geben Sie die Definition einer ungerade Zahl.
- ii) Zeigen Sie: Das Quadrat einer ungeraden Zahl ist ungerade.

2 Aussagen verknüpfen

Identifizieren Sie Teilaussagen A , B und C in den folgenden Sätzen und schreiben Sie den Satz mithilfe von Konjunktion, Disjunktion, Negation, Implikation und Äquivalenz der Aussagen A, B, C . Sei n eine ganze Zahl.

- i) Wenn $n \leq 0$ und $n \geq 0$ ist, so ist $n = 0$.
- ii) Wenn man sich in den Pyrenäen befindet und nicht in der Europäischen Union, dann befindet man sich in Andorra.
- iii) n ist gerade und eine Primzahl, genau dann wenn $n = 2$.
- iv) Entweder n ist gerade oder $n + 1$ und $n - 1$ sind gerade.

3 Direkter Beweis - Teilbarkeit

Seien a, b, c ganze Zahlen. Beweisen Sie: Wenn $a \mid b$ und $a \mid c$, dann folgt $a \mid b + c$.

4 Aussagenlogik

Seien A, B und C Aussagen.

- i) Beweisen Sie die zweite der de-morganschen Regeln

$$\neg(A \vee B) = \neg A \wedge \neg B$$

mit einer Wahrheitstafel.

- ii) Zeigen Sie mit einer Wahrheitstafel

$$A \wedge (B \vee C) = (A \wedge B) \vee (A \wedge C).$$

- iii) Drücken Sie $A \Rightarrow B$ mithilfe von \wedge, \vee, \neg aus. Finden Sie einen solchen Ausdruck für $\neg(A \Rightarrow B)$.

5 *Satz lesen

Wenden Sie die Hinweise zum Lesen von Sätzen auf die Goldbach-Vermutung an:

Eine gerade natürliche Zahl größer als 3 lässt sich als Summe zweier Primzahlen schreiben.

Diese Vermutung wurde von Christian Goldbach um 1742 aufgestellt und ist bis heute ein ungelöstes Problem. Numerisch wurde sie für geraden natürlichen Zahlen $< 4 \cdot 10^{18}$ gezeigt.
