

Aufgabenblatt 3

1 Gleichheit von Mengen

Zeigen Sie die folgende Mengengleichheit.

- i) $[0, 3) \cap [2, 5] = [2, 3) \subset \mathbb{R}$.
- ii) Betrachten Sie die Teilmenge $M = \{1\} \subset [0, 2]$. Dann ist $M^c = [0, 1) \cup (1, 2]$.
- iii) $\{x \in \mathbb{R} \mid |2x - \frac{1}{2}| < 1\} = (-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$.

2 Symmetrische Differenz

Sei M eine Menge und $S, T \subset M$ Teilmengen. Die symmetrische Differenz ist definiert als

$$S\Delta T = S \cup T \setminus (S \cap T).$$

- i) Zeichnen Sie ein Venn-Diagramm für die symmetrische Differenz.
- ii) Betrachte $M = \mathbb{R}$ und berechne die symmetrische Differenz $S\Delta T$ für
 - (a) $S = \{1, 2, 4\}, T = \{2, 3, 5\}$.
 - (b) $S = [0, 3), T = [2, 5)$.
- iii) Zeigen Sie, dass $S\Delta T = (S \setminus T) \cup (T \setminus S)$.
- iv) Angenommen S, T sind endliche Mengen. Was ist die Mächtigkeit der symmetrischen Differenz $S\Delta T$?

3 Zwei-elementige Teilmengen

Sei M eine endliche Menge mit Mächtigkeit $n \geq 2$. Überlegen Sie sich eine Formel für die Anzahl der zwei-elementigen Teilmengen von M . Beweisen Sie, diese Formel mit Induktion.
