
Algebra
Blatt 2 — 28.10.2014

Aufgabe 5.

Zeigen Sie, daß höchstens eine der beiden Zahlen $e + \pi$ und $e\pi$ algebraisch über \mathbb{Q} sein kann.

Tipp: Wir verwenden die Tatsache, daß e und π transzendent über \mathbb{Q} sind.

Bemerkung: Man vermutet, daß $e + \pi$ und $e\pi$ beide transzendent sind, ja nicht einmal einer algebraischen Gleichung in zwei Variablen genügen. Es ist aber meines Wissens nicht bekannt, ob $e + \pi$ oder $e\pi$ transzendent ist.

Aufgabe 6.

Finden Sie ein primitives Element für die Körpererweiterung $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5})/\mathbb{Q}$.

Aufgabe 7.

Sei K ein Körper und $K(\alpha)/K$ eine einfache Erweiterung vom Grad $n = dr$. Wir nehmen an, daß die Zwischenerweiterung $M = K(\alpha^r)$ vom Grad d über K ist.

- (1) Bestimmen Sie das Minimalpolynom von α über M .
- (2) Was ist die Beziehung zwischen $P_{\alpha/M}$ und $P_{\alpha/K}$?

Aufgabe 8.

Zeigen Sie, daß das regelmäßige 5-Eck mit Zirkel und Lineal konstruierbar ist und beschreiben Sie eine Konstruktion.

Tipp: Zeigen Sie elementargeometrisch, daß die Länge der Diagonale eines in den Einheitskreis eingeschriebenen 5-Ecks der goldene Schnitt

$$\varphi = (\sqrt{5} + 1)/2$$

ist, also der positiven Lösung von $T^2 - T - 1 = 0$ entspricht.

Abgabe: Am kommenden Dienstag, den 04.11.2014, bis zur Vorlesung in den Kasten im 3. Stock, Institut für Mathematik, Robert-Mayer Strasse 6-8. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

http://www.uni-frankfurt.de/52065465/Algebra-WS2014_15