

Ehrhart Quasipolynome und Heckeoperatoren

Maren Ring

Abstract

Ehrhart Theorie befasst sich mit dem Zählen von Gitterpunkten in konvexen Polytopen. Die Funktion, die eine positive ganze Zahl auf die Anzahl der Gitterpunkte im um diese Zahl gestreckten Polytop abbildet ist im Fall von Gitterpolytopen ein Polynom und für rationale Polytope zumindest noch ein Quasipolynom, eine Funktion gegeben durch Polynome modulo einer Periode. Um die Koeffizienten der sogenannten Ehrhart (Quasi-)Polynome besser zu verstehen, betrachten wir diese unter der Wirkung von Hecke Operatoren, einem Durchschnittsoperator auf Gittern, der aus der Theorie der Modulformen stammt. Ausgehend von einer Arbeit von Paul E. Gunnels und Fernando R. Villegas betrachten wir zunächst eine Art Hecke Operatoren über feineren Gittern und für Gitterpolytope, geben eine geschlossene Formel, sowie Eigenwerte der Koeffizienten samt geometrischer Interpretation und beschäftigen uns dann mit der Verallgemeinerung der Ergebnisse auf Ehrhart Quasipolynome. Zum Schluss geben wir noch eine natürlichere Version der Hecke Operatoren über Untergittern von gegebenem Index und beweisen eine geschlossene Formel für diese.