Das torische Faserprodukt und seine Anwendung zur Berechnung von Markovbasen binärer hierarchischer Modelle über Stapelpolytopen

Das torische Faserprodukt ist eine Konstruktion, mit der man zwei Ideale, welche bezüglich der gleichen Multigradierung $\mathcal{A}$ homogen sind, zu einem weiteren homogenen Ideal verkleben kann. Die linearen Abhängigkeiten der Multigradierung $\mathcal{A}$ definieren die Codimension des torischen Faserprodukts. Sullivant definierte es 2006 zuerst in seinem Paper *Toric fiber products*, in welchem er Ergebnisse für den Fall der Codimesion Null zeigen konnte. Im Jahr 2008 nutzte Engström das torische Faserprodukt für den Beweis der Vermutung von Sturmfels und Sullivant, dass Cutideale von Graphen ohne K_4-Minoren von Quadriken erzeugt werden. Das Besondere an dem Resultat war die Tatsache, dass er dazu Erzeugendenmengen zu torischen Faserprodukten mit Codimesion Eins mit Hilfe der $slow\text{-}varying$-Bedingung berechnete. Diesen Ansatz verallgemeinerten Engström, Kahle und Sullivant 2011 in dem Paper *Multigraded commutative algebra of graph decompositions*, indem sie die *Compatible Projection Property* einführten.

Eine wesentliche Anwendung des torischen Faserprodukts liegt auf dem Gebiet der algebraischen Statistik. Sturmfels und Diaconis stellten 1998 mit dem Fundamentalsatz über Markovbasen einen Zusammenhang zwischen Markovbasen von Gittern und Erzeugendenmengen der assozierten torischen Gitterideale her.

In dem Vortrag wird zunächst das torische Faserprodukt eingeführt, die Ergebnisse von Engström, Kahle und Sullivant werden diskutiert und seine Anwendung auf hierarchische Modelle vorgestellt. Für binäre hierarchische Modelle über speziellen Stapelpolytopen, wird eine Vermutung von Engström, Kahle und Sullivant über den Maximalgrad der minimalen Erzeuger des assozierten Gitterideals bewiesen.