Verallgemeinerung der Eigenwerte einer Matrix anhand eines Polynoms von C.R. Johnson

Dieser Vortrag knüpft an meinen Zwischenvortrag vom 19.2.2014 an. Wir betrachten am Mittwoch erneut das Polynom $\eta(zA, -B)$, $z \in \mathbb{C}$, welches durch folgenden Operator gegeben ist:

Definition: (Johnson, 1989) Es seien $A, B \in \mathbb{C}^{n \times n}$. Für $S \subset \{1, ..., n\}$ sei

$$\eta(A, B) := \sum_S \det(A[S]) \det(B[S']).$$

Dabei bezeichnet S' das Komplement von S und $A[S]$ diejenige $|S| \times |S|$-Untermatrix von A, deren Zeilen- und Spaltenindex in S liegt. Es sei $\det(A[\emptyset]) = \det(B[\emptyset]) = 1$.

Für feste A und B ist dann $\eta(zA, -B)$ ein Polynom in der komplexen Variable z, dessen Nullstellen für $A = I$ mit den Eigenwerten von B übereinstimmen. In diesem Sinne können die Nullstellen von $\eta(zA, -B)$ als Verallgemeinerung der Eigenwerte von B aufgefasst werden.
Im vorigen Vortrag betrachteten wir dieses Polynom unter dem Aspekt, inwieweit sich bekannte Eigenschaften der Eigenwerte auf die verallgemeinerte Situation übertragen lassen (beispielsweise: Eigenwerte Hermitescher Matrizen sind reell, das Produkt der Eigenwerte einer Matrix ergibt dessen Determinante). Der Vortrag am Mittwoch betrachtet davon ausgehend quantitative Aussagen und es werden Schranken für die Nullstellen und den spread dieses Polynoms angegeben.