

```

In der Präambel:
\usepackage{ngerman}
\usepackage{amsmath,amssymb}

\newtheorem{thm}{Satz}

\title{Polynome und Polyeder}
\author{Hartwig Bosse}

```

```

Die Formel (gekürzt):
\begin{eqnarray}
\mathcal{V}(\dots) & := & \{ x \in \mathbb{R} \dots \} \\
\text{wobei} \dots & & \mathbb{R}^n \dots \quad \nonumber \\
\mathcal{S}(\dots) & := & \{ x \in \mathbb{R} \dots \} \quad \label{eq:defS} \\
\end{eqnarray}

```

# Polynome und Polyeder

Hartwig Bosse

6. Januar 2015

```

\documentclass{article}
\title{Polynome und Polyeder}
\author{Hartwig Bosse}
\date{\today}
...
\begin{document}
\maketitle

```

**Zusammenfassung**

Eine grundlegende Arbeit von BRÖCKER und SCHEIDERER zeigt, dass jede  $d$ -dimensionale semi-algebraische Menge durch  $d(d+1)/2$  Polynomgleichungen beschrieben werden kann. Diese Arbeit gibt eine konstruktive Version dieses Ergebnisses für Polyeder, die Anzahl der Ungleichungen wird auf  $2d$  reduziert.

**1. Motivation**

Ein fundamentales Resultat von Bröcker und Scheiderer ([BS89]) besagt, dass jede einfache, abgeschlossene semi-algebraische Menge der Dimension  $n$  durch höchstens  $n(n+1)/2$  viele Polynomgleichungen beschrieben werden kann. Alle bekannten<sup>1</sup> Beweise hierfür sind jedoch nicht-konstruktiv.

Das Ergebnis von Bröcker und Scheiderer eröffnet prinzipiell die Möglichkeit Polyeder mit exponentiell vielen Facetten durch quadratisch viele Polynomgleichungen zu beschreiben.

**2. Ergebnis**

**Satz 1.** *Jedes abgeschlossene Polytop in  $\mathbb{R}^n$  kann durch höchstens  $2n$  Polynomgleichungen beschrieben werden.*

**3. Notation**

**3.1 Semi-algebraische Mengen**

Eine *abgeschlossene* semi-algebraische Menge ist die Lösungsmenge von Polynomgleichungen. Sind also  $p_1, \dots, p_m \in \mathbb{R}[X]$  Polynome, so definieren wir

$$\mathcal{V}(p_1, \dots, p_m) := \{x \in \mathbb{R} : p_1(x) = 0, \dots, p_m(x) = 0\} \quad (1)$$

wobei  $\mathcal{V}(0) = \mathbb{R}^n$ , und

$$\mathcal{S}(p_1, \dots, p_m) := \{x \in \mathbb{R} : p_1(x) \geq 0, \dots, p_m(x) \geq 0\} \quad (2)$$

Die **Varietät**  $\mathcal{V}$  ist nur ein *Teil* der Randpunkte der in Gleichung (2) definierten semi-algebraischen Menge  $\mathcal{S}$ .

---

<sup>1</sup> bis heute

Paket `ngerman`, sonst 'Abstract'

Leerzeile = Absatz

...konstruktiv.  
`\medskip`  
 [Leerzeile]  
 Das...

`\begin{thm}`  
 ...  
`\end{thm}`

Paket `amssymb`

`\mathfrak{p}` `\mathbb{R}`

`\mathcal{V}`

`\textbf{...}`

`\emph{...}`

`\section{Motivation}`

`(\cite{...})`

`\$n(n+1)/2\$`

`\footnote{bis heute}`

`\section{Notation}`

`\subsection{Semi-alg. ...}`

`\begin{eqnarray}... \end{eqnarray}`

`\nonumber`

`\label{eq:defS}`

`(\ref{eq:defS})`