

Übungen zur Vorlesung Grundlagen der Algebra
Übungsblatt 6

Dozent: Prof. Dr. A. Küronya
Übungen: M. Nickel

17.06.2014

Übung 1 (4 Punkte)

Sei G eine Gruppe und sei $\varphi : G \rightarrow \text{Aut}(G)$ der Gruppenhomomorphismus mit

$$\varphi(g) = \varphi_g = (h \mapsto ghg^{-1}).$$

Zeigen Sie, dass das Bild von φ ein Normalteiler in $\text{Aut}(G)$ ist.

Übung 2 (4 Punkte)

Sei G eine endliche Gruppe. Zeigen Sie, dass $\text{Aut}(G)$ endlich ist und geben Sie eine obere Schranke für $|\text{Aut}(G)|$ an, die kleiner als $|G|^{|G|}$ ist.

Übung 3 (4 Punkte)

(a) Sei V_4 die Symmetriegruppe des nicht gleichseitigen Rechtecks (die Kleinsche Vierergruppe). Zeigen Sie, dass man V_4 als Untergruppe von S_4 auffassen kann und geben Sie die Elemente von V_4 in Zykelschreibweise an.

(b) Zeigen Sie, dass V_4 ein Normalteiler von S_4 ist.

(c) Zeigen Sie, dass S_3 isomorph zu S_4/V_4 ist.

Übung 4 (4 Punkte)

Die Gruppe A_n ist definiert als Kern der Abbildung $\text{sign} : S_n \rightarrow \{\pm 1\}$.

(a) Bestimmen Sie die Mächtigkeit von A_n .

(b) Zeigen Sie, dass A_4 außer sich selbst und $\{\text{id}\}$ genau einen Normalteiler besitzt.

Dieses Blatt kann bis spätestens **12:00 Uhr am Mittwoch, den 1.7.**, im Schließfach ihrer jeweiligen Tutoren im 3. Stock, Robert-Mayer-Str. 6, abgegeben werden. Bitte denken Sie daran, Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer mit anzugeben und alle Blätter, zum Beispiel mit einem Schnellhefter, zusammen zu halten.