Ramseyzahlen dünnbesetzter, bipartiter Graphen

Roman Napierski

1 Zusammenfassung

Die Ramseyzahl $r(H)$ eines Graphen H ist die kleinste Zahl n, sodass jede 2-Färbung des K_n eine monochromatische Kopie von H enthält.
Ziel des Vortrags ist die Vorstellung von zwei Theoremen aus einem Paper von Fox und Sudakov, welche verbesserte obere Schranken an die Ramseyzahlen bipartiter Graphen liefern, die bestimmte Dichtebeschränkungen erfüllen.
Ein wichtiger Bestandteil des Beweises ist die 'dependant random choice' Methode, mit der man in einer großen (Knoten)-Menge eine strukturierte (dichte) Teilmenge finden kann.
In diese werden dann, nach verschiedenen Dichtecharakterisierungen unterschiedene, bipartite Graphen H eingebettet.
Burr und Erdös stellten (1973) die Vermutung auf, dass für jeden d-degenerierten Graphen H auf n Knoten eine Konstante $c(d)$ existiert, sodass $r(H) \leq c(d)n$.
Ein Graph H heißt d-degeneriert, wenn jeder Teilgraph von H einen Knoten mit Grad höchstens d hat.
Das Theorem aus dem Paper von Fox und Sudakov liefert für d-degenerierte Graphen H die, bis vor kurzem, bestmögliche Näherung an die Burr-Erdös-Vermutung:

$$r(H) \leq 2^{4d+14}\Delta n \text{ bzw. } r(H) \leq 2^{2\sqrt{d\log\Delta}+3d+14}n.$$