Goethe-Universität Frankfurt
Institut für Mathematik

Prof. Dr. Jakob Stix
Nithi Rungtanapirom

Lineare Algebra

Wintersemester 2015/16

Präsenzaufgabenblatt 3 29.10.2015

Aufgabe P9. (Rechnen im Körper der komplexe Zahlen)

Im folgenden schreiben wir die komplexe Zahl $a + b \cdot i$ ($a, b \in \mathbb{R}$) abkürzend als $a + bi$.

(a) Bringen Sie folgende komplexe Zahlen in die Form $a + bi$ mit $a, b \in \mathbb{R}$:

$$(1+i)^4, \quad \frac{2+3i}{4+i}, \quad \frac{1+2i}{1+3i} - \frac{3+2i}{2+i}$$

(b) Sei $a \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie: $ai = i \cdot a$.

Aufgabe P10. (Unterraumkriterium)

Sei K ein Körper und V ein K-Vektorraum. Zeigen Sie: $U \subseteq V$ ist genau dann ein Unterraum, wenn $U \neq \emptyset$ und für alle $v, w \in U$ und $a \in K$ gilt: $v + aw \in U$.

Aufgabe P11. (Schnitt und Vereinigung zweier Unterräume)

Sei K ein Körper und V ein K-Vektorraum. Ferner seien $U_1, U_2 \subseteq V$ Unterräume. Zeigen Sie:

(a) $U_1 \cap U_2$ ist wieder ein Unterraum von V.

(b) $U_1 \cup U_2$ ist genau dann ein Unterraum von V, wenn $U_1 \subseteq U_2$ oder $U_2 \subseteq U_1$.
Finden Sie ein Beispiel von zwei Unterräumen, deren Vereinigung kein Unterraum ist.

Aufgabe P12. (Erzeugendensysteme von K^2)

Sei K ein Körper. Ferner seien $x := \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, $y := \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} \in K^2$.

Zeigen Sie: x, y bilden genau dann ein Erzeugendensystem von K^2, wenn $x_1 y_2 - x_2 y_1 \neq 0$.

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

`http://www.uni-frankfurt.de/57776787/Lineare-Algebra_WS2015_16`