

Lineare Algebra

Wintersemester 2015/16

Präsenzaufgabenblatt 5

12.11.2015

Aufgabe P17. (Anwendung der Dimensionsformel)

Seien U_1, U_2 Unterräume des reellen Vektorraums \mathbb{R}^3 mit $\dim U_1 = \dim U_2 = 2$.

Zeigen Sie: Ist $U_1 \neq U_2$, so ist $\dim(U_1 \cap U_2) = 1$.

Aufgabe P18. (Beispiele für lineare Abbildungen)

Untersuchen Sie, welche der folgende Vorschriften eine \mathbb{R} -lineare Abbildung definieren. Begründen Sie Ihre Antwort!

(a) $f_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} 0 \\ 2x_1 \end{pmatrix}$.

(b) Seien $a, b \in \mathbb{R}$ gewählt. $f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto ax + b$.

(c) $f_3 : \text{Abb}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}, f \mapsto f(1)$.

(d) $f_4 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto 0$.

(e) $f_5 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \mapsto |x_1| + |x_2|$.

(f) $f_6 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto \bar{z}$. Ist f_6 auch \mathbb{C} -linear?

Aufgabe P19. (lineare Abbildungen)

Sei $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ eine \mathbb{R} -lineare Abbildung mit $f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ und $f\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Bestimmen Sie $f\left(\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}\right)$.

Können Sie auch eine allgemeine Formel von $f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}\right)$ für $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ finden?

Aufgabe P20. (Linearitätskriterium)

Sei K ein Körper, seien V, W Vektorräume über K . Zeigen Sie, dass eine Abbildung $f : V \rightarrow W$ genau dann linear ist, wenn gilt:

$$f(\lambda x + \mu y) = \lambda f(x) + \mu f(y) \quad \text{für alle } \lambda, \mu \in K \text{ und } x, y \in V.$$

Dieses Blatt wird weder abgegeben noch korrigiert, sondern in den Tutorien besprochen. Downloads von Übungsblättern und Informationen zur Vorlesung unter

http://www.uni-frankfurt.de/57776787/Lineare-Algebra_WS2015_16