7. Übungsblatt zu der Vorlesung

"Analysis und Lineare Algebra für Informatiker"

Frankfurt, den 23.11.2015

Abgabetermin: 30.11.2015, 10:00 – vor der Vorlesung

25.) Gegeben seien die Matrizen

$$A := \begin{pmatrix} 11 & 53 & 71 \\ -1 & 97 & 37 \end{pmatrix} \text{ und } B := \begin{pmatrix} 2 & -6 & 14 \\ -1 & 3 & -7 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie – mit Begründung – die Dimensionen der Kerne der linearen Abbildungen $L_A, L_B : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$.

Anmerkung: Es ist *nicht* verlangt, diese Kerne zu berechnen.

(4 Punkte)

26.) Bestimmen Sie mit dem Gaußschen Eliminationsverfahren die Lösungsmengen von folgenden linearen Gleichungssystemen – über $\mathbb{R}$:

i) $2x_1 - 3x_2 - 5x_3 = 1 \ \wedge \ 2x_2 + x_3 = 0 \ \wedge \ 3x_3 = 6;$

ii) $-x_1 + 7x_2 - x_3 = 5 \ \wedge \ 4x_1 - x_2 + x_3 = 1 \ \wedge \ 5x_1 - 3x_2 + x_3 = -1;$

iii) $x_1 + x_2 + x_3 = 3 \ \wedge \ x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6.$

(8 Punkte)

27.) Peter und Paul sind heute zusammen 56 Jahre alt. Paul ist heute doppelt so alt, wie Peter damals war, als Paul so alt war, wie Peter heute. Wie alt sind Peter und Paul heute?

Hinweis: Stellen Sie ein lineares Gleichungssystem mit *drei* Gleichungen und drei Variablen auf.

(4 Punkte)

28.) Es seien $n, m, p \in \mathbb{N}$. Beweisen Sie:

i) Für alle $A \in Mat_{m\times n}(\mathbb{R})$ und alle $B \in Mat_{n\times p}(\mathbb{R})$ gilt:

$$(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T.$$

ii) Ist $M \in Mat_{n\times n}(\mathbb{R})$ invertierbar, so gilt dies auch für M^T; genauer gilt dann:

$$(M^T)^{-1} = (M^{-1})^T.$$

(4 Punkte)